

CENTRE UNIVERSITAIRE AMINE ELOKKAL

ELHADJ MOUSSA EG AKHAMOUK

TAMANGHASSET

Institut des Sciences et de la Technologie

Département des Sciences et de la Technologie

POLYCOPIE

Matière : Béton Armé I

Cours avec Applications

Destiné aux Etudiants de la 3^{ème} Année Licence en Génie Civil

Fait Par :

Dr Abderrazak BARKAT

Centre Universitaire de Tamanghasset

Année Universitaire : 2020 – 2021

TABLE DES MATIERES

1. FORMULATION ET PROPRIETES MECANQUES DU BETON ARME	01
1.1 Définition et généralités	01
1.2 Constituants du béton armé	01
1.2.1 Béton	01
1.2.2 Acier	02
1.2.3 Acier pour béton armé	02
1.3 Propriétés mécaniques	03
1.3.1 Fonctionnement des pièces en béton armé	03
1.3.2 Exemple 1	03
1.3.3 Exemple 2	04
2. PRESCRIPTIONS REGLEMENTAIRES	05
2.1 Règles BAEL 91 modifiées 99	05
2.1.1 Définition	05
2.1.2 Domaine d'application du BAEL	05
2.1.3 Ouvrages en béton armé	05
2.1.4 Etat-limite	05
2.1.5 Types d'états-limites	06
2.1.5.1 Etats-limites ultimes (ELU)	06
2.1.5.2 Etats-limites de service (ELS)	07
2.1.6 Principe général de calcul aux états-limites	07
2.2 Combinaisons d'actions	08
2.2.1 Actions	08
2.2.2 Sollicitations	09
2.2.3 Combinaisons d'actions	09
2.2.4 Conventions de signes en béton armé	09
2.2.5 Exercices	10
2.2.5.1 Exercice 2.1	10

2.2.5.2	Exercice 2.2	13
2.3	Caractéristiques des matériaux	17
2.3.1	Béton	17
2.3.1.1	Résistance du béton	17
2.3.1.2	Déformations longitudinales du béton	17
2.3.1.3	Coefficient de poisson	18
2.3.1.4	Diagramme contraintes – déformations	19
2.3.1.5	Diagramme rectangulaire	19
2.3.1.6	Coefficient de sécurité du béton	20
2.3.1.7	Coefficient θ	20
2.3.1.8	Coefficient réducteur 0,85 du risque d'altération du béton	20
2.3.2	Aciers	21
2.3.2.1	Limite d'élasticité des aciers	21
2.3.2.2	Diamètres des aciers les plus couramment utilisés	21
2.3.2.3	Diamètre et le nombre des barres d'une section en acier	22
2.3.2.4	Module d'élasticité longitudinale de l'acier	22
2.3.2.5	Diagramme contraintes – déformations	22
2.3.2.6	Coefficient de sécurité de l'acier	23
2.3.3	Exercices	23
2.3.3.1	Exercice 2.3	23
2.3.3.2	Exercice 2.4	24
2.4	Hypothèses et données pour le calcul du béton armé	26
2.4.1	Etats-limites de service (calculs élastiques)	26
2.4.1.1	Hypothèses de base	26
2.4.1.2	Etat-limite de compression du béton	26
2.4.1.3	Etat-limite d'ouverture des fissures	27
2.4.2	Exercices	28
2.4.2.1	Exercice 2.5	28
2.4.2.2	Exercice 2.6	29
2.4.3	Etats-limites ultimes de résistance (calculs de rupture)	30
2.4.3.1	Hypothèses de base	30
2.4.3.2	Déformations relatives limitées	30
2.4.3.3	Règles des trois pivots	30
2.5	Conditions de non-fragilité	32

3. COMPRESSION SIMPLE	33
3.1 Définitions	33
3.2 Elancement et longueur de flambement	34
3.2.1 Elancement	34
3.2.2 Longueur de flambement	35
3.2.2.1 Cas du poteau isolé	35
3.2.2.2 Cas des bâtiments	35
3.3 Détermination des armatures	37
3.3.1 Armatures longitudinales	37
3.3.2 Armatures transversales	39
3.3.2.1 Diamètre des armatures transversales	39
3.3.2.2 Espacement des armatures transversales	40
3.4 Exercices	40
3.4.1 Exercice 3.1	40
3.4.2 Exercice 3.2	42
3.4.3 Exercice 3.3	43
4. TRACTION SIMPLE	46
4.1 Définition	46
4.2 Dimensionnement	46
4.2.1 Détermination de la section du béton	46
4.2.2 Dimensionnement des armatures longitudinales	47
4.2.2.1 Cas où la fissuration est peu préjudiciable (FPN)	47
4.2.2.2 Cas où la fissuration est préjudiciable (FP)	48
4.2.2.3 Cas où la fissuration est très préjudiciable (FTP)	48
4.2.3 Détermination des armatures transversales	49
4.2.3.1 Diamètre des armatures transversales	49
4.2.3.2 Espacement des armatures transversales	49
4.3 Exercices	49
4.3.1 Exercice 4.1	49
4.3.2 Exercice 4.2	51
5. ADHERENCE ET ANCRAGE	53
5.1 Généralité	53
5.2 Contrainte d'adhérence	54

5.3	Contrainte d'adhérence ultime	54
5.4	Ancrage d'une barre isolée droite	55
5.4.1	Variation de l'effort axial le long d'une barre droite	55
5.4.2	Longueur de scellement droit	55
5.5	Adhérence et ancrage d'un paquet de barres	57
5.6	Ancrage par courbure des barres tendues	57
5.7	Ancrage des cadres, étriers et épingles	59
5.8	Jonction des barres rectilignes	59
5.8.1	Jonction des barres tendues	59
5.8.2	Jonction des barres comprimées	60
5.8.3	Autres procédés de jonction des barres	60
5.9	Constructions en zone sismique	61
5.10	Treillis soudés	61
5.11	Poussée au vide	62
5.12	Exercices	63
5.12.1	Exercice 5.1	63
5.12.2	Exercice 5.2	63
	REFERENCES	65

CHAPITRE 1

FORMULATION ET PROPRIETES MECANIQUES DU BETON ARME

CHAPITRE 1

FORMULATION ET PROPRIETES MECANIQUES DU BETON ARME

1. 1 – Définition et généralités

Le béton armé peut être défini comme l'association judicieuse de deux matériaux, aux caractéristiques complémentaires, le béton et l'acier : l'acier pour sa capacité à résister aux contraintes de traction et le béton pour sa capacité à résister à la compression.

Les aciers sont appelés armatures. On distingue les armatures longitudinales disposées suivant l'axe longitudinal de la pièce et les armatures transversales disposées dans des plans perpendiculaires à l'axe de la pièce.

1. 2 – Constituants du béton armé

1. 2.1 – Béton

Le béton est un matériau de construction composite, formé de ciment, d'eau, de granulats (sable et gravillons) et éventuellement d'ajouts (additions ou adjuvants) destinés à améliorer certaines de ses propriétés.

❑ **Les Granulats** : mélange granulaire de sable et gravillons formant le squelette du matériau béton.

- Les sables : grains de dimensions comprises entre 0,08 mm et 5 mm ;
- Les gravillons : grains de dimensions comprises entre 5 mm et 25 mm.

❑ **Le Ciment** : liant hydraulique qui assure la cohésion entre les différents grains du squelette, issu de la cuisson et du broyage d'un mélange intime d'argiles et de calcaires et se présente sous la forme d'une poudre minérale fine, appelée le clinker s'hydratant en présence d'eau. Il forme une pâte qui fait prise et qui durcit progressivement.

C'est le constituant de base du béton puisqu'il permet la transformation d'un mélange sans cohésion en un corps solide.

- ❑ **L'eau** : sert à l'hydratation du ciment et à assurer une ouvrabilité suffisante du béton. L'eau potable est considérée comme appropriée pour la fabrication du béton et ne nécessite aucun essai.
- ❑ **Eventuellement**, et en faible quantité, des produits d'additions et/ou d'adjuvants, influençant certaines propriétés ou comportements du matériau béton.
 - Les additions : sont des matériaux minéraux finement divisés utilisés dans le béton afin d'améliorer certaines de ses propriétés ou pour lui conférer des propriétés particulières. On trouve, les fillers calcaires, la fumée de silice, les cendres volantes, les laitiers de haut fourneau, le métakaolin, etc.
 - Les adjuvants : produits chimiques rajoutés au mélange au moment du malaxage à une dose inférieure ou égale à 5% en masse de la teneur en ciment du béton, pour modifier certaines propriétés. On trouve, Plastifiants réducteurs d'eau, Superplastifiants hauts réducteurs d'eau, Accélérateurs de prise, Retardateurs de prise, Entraîneur d'air, etc.

L'intérêt du matériau béton réside dans sa facilité de mise en œuvre puisqu'il se présente à l'état pâteux et qu'il suffit de remplir des moules (coffrages) de la forme de l'élément à réaliser.

1. 2.2 – Acier

L'acier est un alliage de fer et de carbone. La teneur ou la proportion en carbone variant de 0,1 à 2%. L'acier peut être utilisé seul dans la construction métallique classique (ponts, entrepôts, ossatures d'immeubles), ou pour pallier l'insuffisance de la résistance en traction du béton dans le béton armé ou le béton précontraint.

L'acier possède un ensemble de propriétés mécaniques remarquables : une forte résistance à la traction et aux chocs, une bonne élasticité, une excellente dureté, qui lui assurent des emplois de plus en plus nombreux.

1. 2.3 – Acier pour béton armé

- ❑ **Armatures transversales** : barres en aciers Ronds Lisses « FeE215 ou FeE235 » et en aciers à Haute Adhérence (HA) « FeE400 ou FeE500 » ;
- ❑ **Armatures longitudinales** : barres en aciers à Haute Adhérence (HA) « FeE400 ou FeE500 » ;

❑ **Treillis soudés** : formés par assemblage des barres de fils lisses (TSL) ou à Haute adhérence (TSHA).

1. 3 – Propriétés mécaniques

1. 3.1 – Fonctionnement des pièces en béton armé

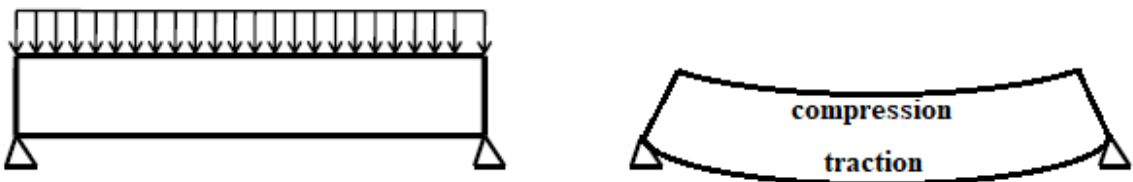
L'expérimentation a montré que le béton résiste très bien à la compression, mais très mal à la traction (30 MPa en compression et 2,5 MPa en traction). Or l'acier résiste très bien aux deux sollicitations ; d'où l'idée d'associer ces deux matériaux, de manière que dans la même pièce :

- ❑ Les efforts de traction soient repris par les aciers,
- ❑ Les efforts de compression soient repris par le béton.

Les exemples suivants illustrent bien ce principe :

1. 3.2 – Exemple 1

La poutre est simplement appuyée et chargée dans son plan

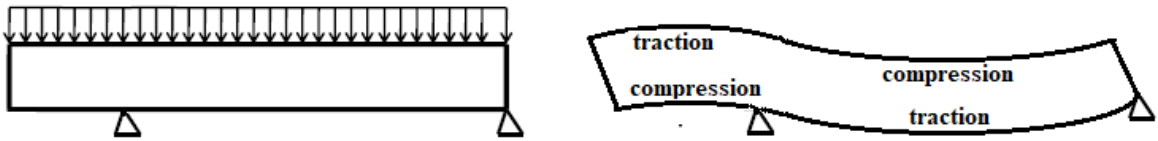


- ❑ Si nous supposons le matériau élastique, alors la partie supérieure serait comprimée et la partie inférieure tendue.
- ❑ Si le béton n'est pas armé, alors :
 - Les fibres supérieures résisteraient très bien,
 - Les fibres inférieures seront rompues.

Le principe du béton armé consiste à prévoir des barres d'acier noyées dans toute la zone tendue de la poutre ; ce sont ces armatures qui résistent aux efforts de traction que le béton est incapable de les reprendre tout seul.

1. 3.3 – Exemple 2

La poutre simplement appuyée est prolongée par un porte-à-faux.



Sur l'appui de gauche, les fibres supérieures sont tendues alors qu'en travée les fibres inférieures sont tendues. Il faudrait prévoir :

- Des armatures en partie supérieure, au niveau de l'appui ;
- Des armatures en partie inférieure, en travée.



Lorsque les sollicitations deviennent relativement importantes, les armatures s'allongent légèrement, sous l'effet de la traction et le béton qui les enrobe doit s'allonger également. Il en résulte généralement, une légère fissuration répartie tout au long de l'armature. L'armature s'oppose à l'ouverture de cette fissure, qui sera sans gravité pour la résistance de la pièce.

Une pièce en béton armé, apparemment fissurée, peut donc encore parfaitement résister.

CHAPITRE 2

PRESCRIPTIONS REGLEMENTAIRES

CHAPITRE 2

PRESCRIPTIONS REGLEMENTAIRES

2. 1 – Règles BAEL 91 modifiées 99

2. 1.1 – Définition

Les règles BAEL 91 modifiées 99 sont des règles techniques françaises de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé, suivant la méthode des états limites.

2. 1.2 – Domaine d'application du BAEL

Les règles BAEL 91 modifiées 99 sont applicables à tous les ouvrages et constructions en béton armé, dont le béton est constitué de granulats naturels normaux, avec un dosage en ciment au moins égal à 300 kg/m^3 de béton mis en œuvre.

2. 1.3 – Ouvrages en béton armé

Sont considérées en béton armé les pièces qui sont encore aptes à jouer leur rôle dans la structure dont elles font partie, lorsque la résistance à la traction par flexion de leur béton constitutif est supposée nulle.

Ceci conduit habituellement à prévoir un pourcentage minimal d'armatures, en application de la règle de non-fragilité qui fait l'objet de l'article A.4.2 des règles BAEL.

2. 1.4 – Etat-limite

Tout état d'une structure (ou d'une partie de celle-ci) au-delà duquel elle cesse de remplir les fonctions, ou ne satisfait plus aux conditions, pour lesquelles elle a été conçue.

Les fonctions nécessitent des conditions qui sont :

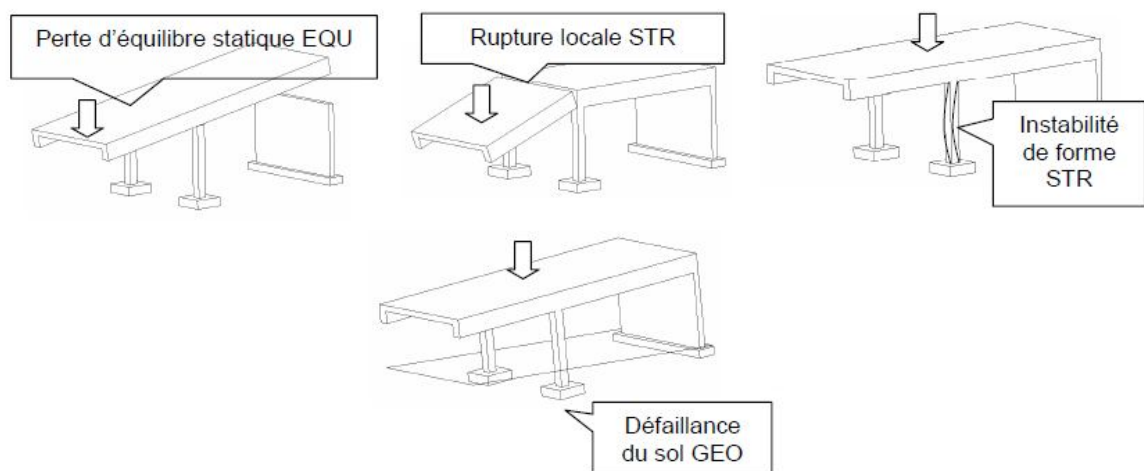
- La stabilité,
- La résistance,
- La durabilité,
- Les déformations minimales (non nuisibles).

2. 1.5 – Types d'états-limites

On distingue deux types d'états-limites pour le dimensionnement de la section d'un élément en béton armé (armatures et béton) :

2. 1.5.1 – Etats-limites ultimes (ELU)

Les états-limites ultimes (ELU) mettent en jeu la sécurité des biens et des personnes par l'atteinte du maximum de la capacité portante de l'ouvrage ou de l'un de ses éléments. Ils correspondent à la ruine de ces derniers par perte d'équilibre statique, rupture, flambement, etc (voir figure).



□ Ils conduisent à vérifier :

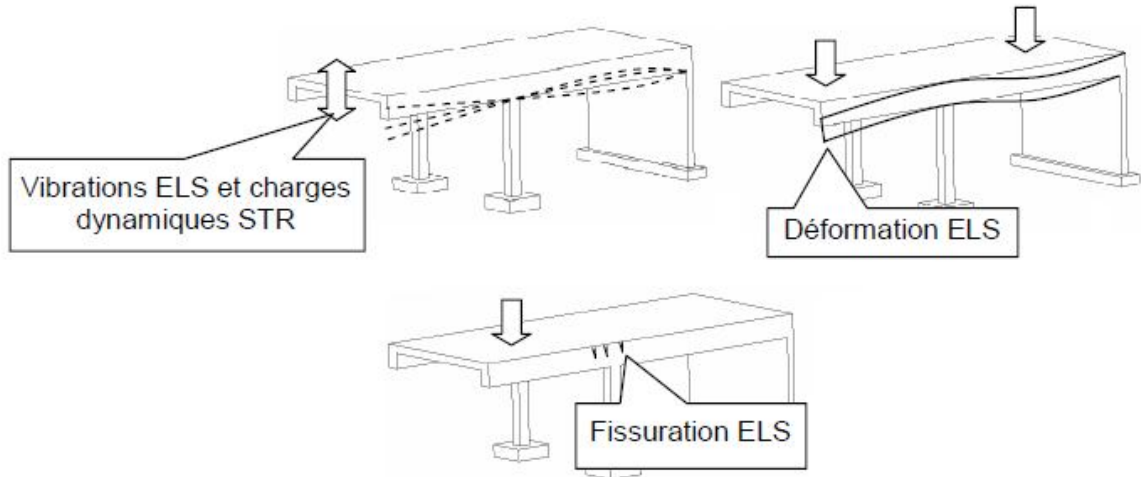
- ELU d'équilibre statique : l'ensemble doit rester en équilibre lorsque des charges sont appliquées (pas de renversement, pas de glissement) ;
- ELU de résistance des matériaux : le béton et l'acier ne doivent pas se rompre (càd $\sigma < \bar{\sigma}$) ;
- ELU de stabilité de forme : les éléments ne doivent pas flamber.

□ Critères de calcul :

- Déformations relatives (ou courbure) limites,
- Calcul de type « rupture » avec lois contraintes-déformations des matériaux.

2. 1.5.2 – Etats-limites de service (ELS)

Les états-limites de service (ELS) au-delà desquels ne sont plus satisfaites les conditions normales d'exploitation et de durabilité : compression excessive du béton, déformations excessives des éléments porteurs (déformation instantanée ou différée), ouverture excessive des fissures, etc (voir figure).



❑ Ils conduisent à vérifier :

- ELS de compression : limitation de compression du béton (càd $\sigma_{bc} < \overline{\sigma}_{bc}$) ;
- ELS de durabilité : limitation de l'ouverture de fissure (FPN, FPJ et FTP) ;
- ELS de conditions d'exploitation : limitation des flèches.

❑ Critères de calcul :

- Contraintes (ou déformations) limites,
- Calcul de type élastique (loi de Hooke, coefficient d'équivalence...).

2. 1.6 – Principe général de calcul aux états-limites

Les propriétés de chacun des matériaux constitutifs de la structure sont minorées par un coefficient de sécurité « γ_m » (coefficient de minoration pour les contraintes de calcul béton et acier) qui dépend du matériau et de l'état-limite considéré.

Chaque action individuelle (charge appliquée directement ou déformation imposée) est affectée d'un coefficient de sécurité partiel ou de majoration « γ_Q » qui dépend de la nature de l'action, de la combinaison dans laquelle elle intervient et de l'état-limite considéré.

Ce coefficient de sécurité partiel ou de pondération « γ_Q » est destiné à couvrir :

- ❑ Les incertitudes résultant de la connaissance imparfaite des données de base ;
- ❑ L'imprécision des hypothèses de calcul ;
- ❑ Les imperfections de l'exécution.

A chaque combinaison d'actions affectées de leur coefficient γ_Q respectif, correspond une sollicitation agissante de calcul « S » obtenue par une méthode de calcul des structures (la RDM par exemple).

Pour chaque état-limite, il existe une sollicitation résistante de calcul « \bar{S} » obtenue par une méthode de calcul des sections, en supposant que l'un des matériaux constitutifs a atteint une certaine déformation limite (cas de l'état-limite ultime) ou une certaine contrainte limite (cas de l'état-limite de service).

Pour chaque état-limite et pour le cas de charge le plus défavorable sous la combinaison d'actions considérée, on doit vérifier que $S \leq \bar{S}$.

2. 2 – Combinaisons d'actions

2. 2.1 – Actions

Sont les forces et couples dus aux charges appliquées directement sur la construction (permanentes, d'exploitation, climatiques, sismiques, etc.) ou aux déformations imposées à la structure (variations de température, tassements d'appuis, etc.).

Elles peuvent être :

- ❑ **Permanentes (G)**, dont l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps, ou varie toujours dans le même sens en tendant vers une limite : Poids propre des structures, Installations, Accessoires, Equipement fixes, Poussées des remblais, Pressions des liquides, etc.
- ❑ **Variables (Q)**, dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps : Charges d'exploitation, Charges appliquées en cours d'exécution, Action de la température, Neige, Vent, etc.
- ❑ **Accidentelles (FA)**, provenant de phénomènes rares, tels que Explosions, Incendies, Chocs de véhicules routiers ou de bateaux sur appuis des ponts, Séisme, etc.

Les actions accidentelles ne sont à considérer que si des documents d'ordre public ou le marché le prévoient

2. 2.2 – Sollicitations

Forces et moments produits par les actions dans les éléments d'une construction : Effort normal (N), Effort tranchant (V), Moment de flexion (M), Couple de torsion (T).

2. 2.3 – Combinaisons d'actions

Elles déterminent les sollicitations agissantes de calcul les plus défavorables, comme par exemple dans le cas des poutres avec porte-à-faux ou les cas de chargement des poutres continues.

Pour les combinaisons de base, on a en général selon le type d'états-limites :

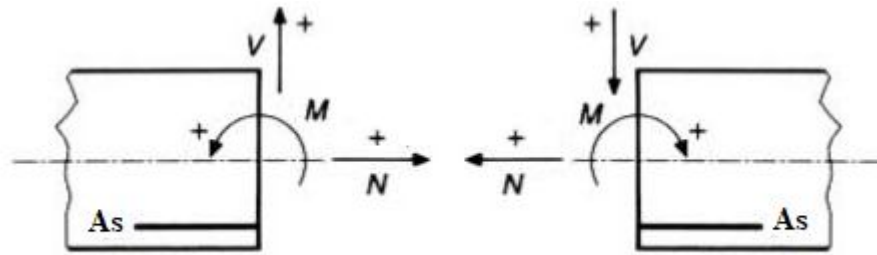
ELU	ELS
$1,35G + 1,5Q_B$	$G + Q_B$
<ul style="list-style-type: none"> – G : charges permanentes – Q_B : charges d'exploitation 	

Dans les cas des poteaux (poteaux de bâtiment, d'angle, de rive et intérieurs), l'unique combinaison d'actions à considérer est celle de l'ELU.

2. 2.4 – Conventions de signes en béton armé

Dans tout ce qui suit, les conventions de signes adoptées aux différentes sollicitations telles que l'effort normal (N), l'effort tranchant (V) et le moment de flexion (M) sont celles de la figure suivante. Les éléments de réduction sont donc ceux relatifs aux forces de gauche ou de droite, dans la pièce supposée placée en position horizontale.

L'effort normal sera positif si c'est une traction et négatif si c'est une compression. L'effort tranchant sera positif s'il tourne autour de la pièce dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. La position des aciers les plus tendus (ou les moins comprimés) ne dépendant que du signe du moment de flexion, la représentation adoptée sera toujours celle correspondant à l'action d'un moment positif (aciers *tendus* à la partie *inférieure* de la pièce). Le cas du moment négatif (aciers *tendus* à la partie *supérieure*).



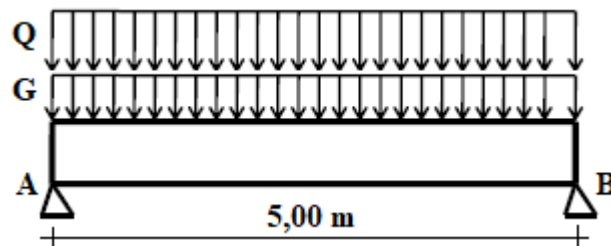
As : Aciers les plus tendus ou les moins comprimés

2. 2.5 – Exercices

2. 2.5.1 – Exercice 2.1

Soit la poutre suivante de 5 m de portée soumise à :

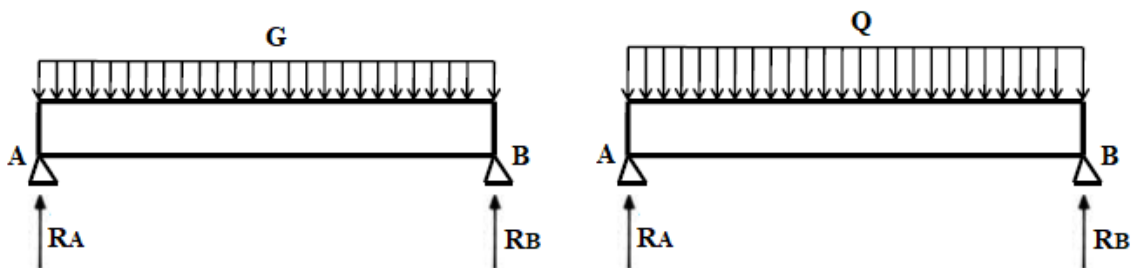
- Une charge permanente $G = 20$ KN/ml
- Une surcharge d'exploitation répartie $Q = 25$ KN/ml



- 1- Calculer le moment maximum à l'ELU et à l'ELS
- 2- Calculer l'effort tranchant maximum à l'ELU

Solution 2.1

Calcul des réactions sous la charge G et la surcharge Q



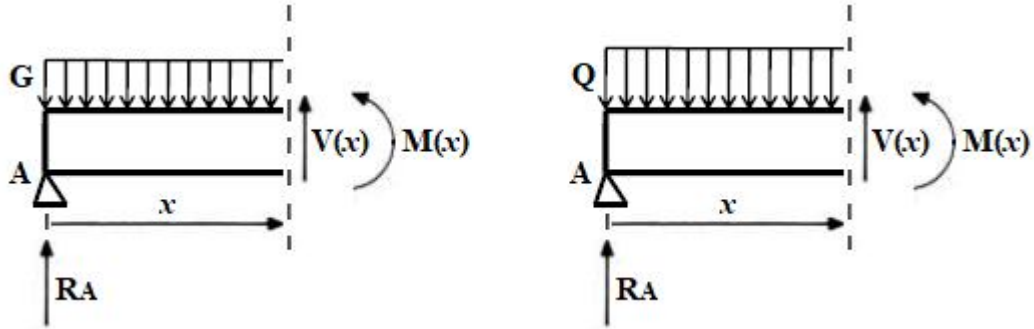
– Pour la charge (G), on a : $\sum M_{/A} = 0 \Leftrightarrow R_B \cdot l - G \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{G \cdot l}{2}$

et $\sum M_{/B} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot l - G \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_A = \frac{G \cdot l}{2}$

Vérification : $\sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A + R_B - G \cdot l = 0 \Leftrightarrow \frac{G \cdot l}{2} + \frac{G \cdot l}{2} - G \cdot l = 0 \Rightarrow$ Vérifiée

– Le même calcul sera pour la surcharge $Q \Leftrightarrow R_A = R_B = \frac{Q \cdot l}{2}$

Calcul des sollicitations (V) et (M) de la charge G et la surcharge Q



– L'effort tranchant (V) de la charge G : $\sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A + V(x) - G \cdot x = 0$

$$\Rightarrow V(x) = G \cdot x - R_A \Leftrightarrow V(x) = G \cdot x - G \cdot \frac{l}{2} = G \left(x - \frac{l}{2} \right)$$

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow V(0) = G \left(0 - \frac{l}{2} \right) = -\frac{G \cdot l}{2}$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow V\left(\frac{l}{2}\right) = G \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 0$$

$$\text{Si } x = l \Rightarrow V(l) = G \left(l - \frac{l}{2} \right) = \frac{G \cdot l}{2}$$

– Le moment de flexion (M) de G : $\sum M_{/x} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot x - M(x) - G \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0$

$$\Rightarrow M(x) = R_A \cdot x - G \cdot x \cdot \frac{x}{2} = G \cdot \frac{l}{2} \cdot x - G \cdot x \cdot \frac{x}{2} = G \cdot x \left(\frac{l}{2} - \frac{x}{2} \right)$$

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow M(0) = G \cdot 0 \left(\frac{l}{2} - \frac{0}{2} \right) = 0$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow M\left(\frac{l}{2}\right) = G \cdot \frac{l}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4} \right) = \frac{G \cdot l^2}{8}$$

$$\text{Si } x = l \Rightarrow M(l) = G \cdot l \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 0$$

– Pour la surcharge Q, l'effort tranchant (V) est :

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow V(0) = Q \left(0 - \frac{l}{2} \right) = -\frac{Q \cdot l}{2}$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow V\left(\frac{l}{2}\right) = Q \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 0$$

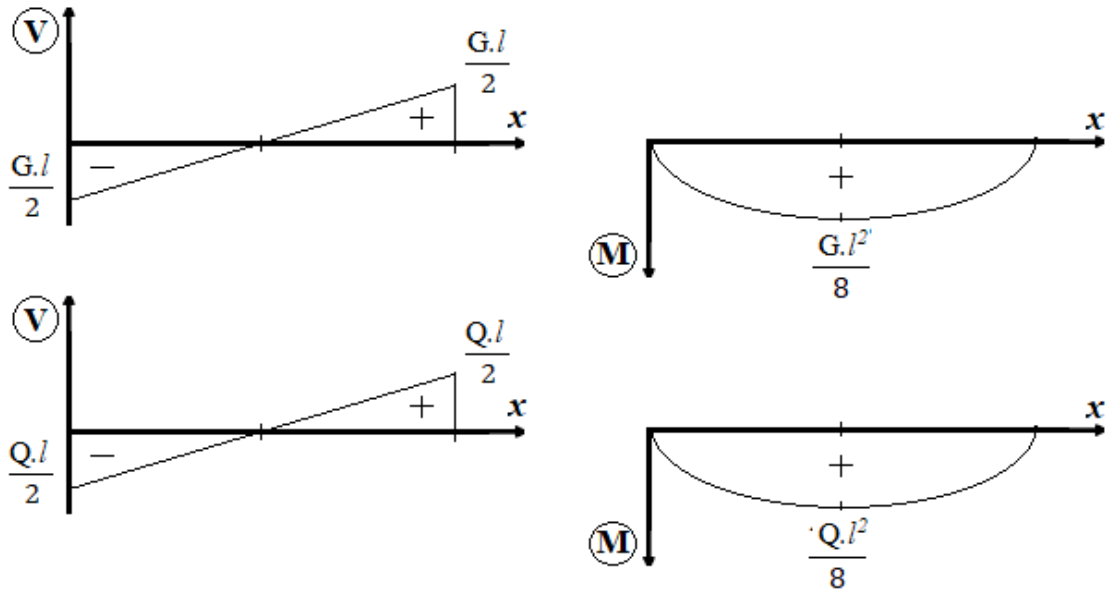
$$\text{Si } x = l \Rightarrow V(l) = Q \left(l - \frac{l}{2} \right) = \frac{Q \cdot l}{2}$$

– Pour la surcharge Q, le moment de flexion (M) est :

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow M(0) = Q \cdot 0 \left(\frac{l}{2} - \frac{0}{2} \right) = 0$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow M\left(\frac{l}{2}\right) = Q \cdot \frac{l}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4} \right) = \frac{Q \cdot l^2}{8}$$

$$\text{Si } x = l \Rightarrow M(l) = Q \cdot l \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 0$$



Moment maximum à l'ELU (\$M_{Umax}\$) : au milieu de la travée

$$M_{Umax} = 1,35M_G + 1,5M_Q = 1,35 \cdot G \cdot \frac{l^2}{8} + 1,5 \cdot Q \cdot \frac{l^2}{8} = (1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q) \frac{l^2}{8}$$

$$M_{Umax} = (1,35 \times 20 + 1,5 \times 25) \frac{5^2}{8} = 201,56 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Moment maximum à l'ELS (\$M_{Smax}\$) : au milieu de la travée

$$M_{Smax} = M_G + M_Q = G \cdot \frac{l^2}{8} + Q \cdot \frac{l^2}{8} = (G + Q) \frac{l^2}{8} = (20 + 25) \frac{5^2}{8} = 140,63 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Effort tranchant maximum à l'ELU (\$V_{Umax}\$) : au niveau des appuis

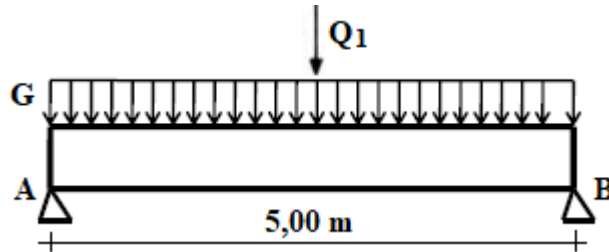
$$V_{Umax} = 1,35V_G + 1,5V_Q = 1,35 \cdot G \cdot \frac{l}{2} + 1,5 \cdot Q \cdot \frac{l}{2} = (1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q) \frac{l}{2}$$

$$V_{Umax} = (1,35 \times 20 + 1,5 \times 25) \frac{5}{2} = 161,25 \text{ KN}$$

2. 2.5.2 – Exercice 2.2

Soit la même poutre soumise à :

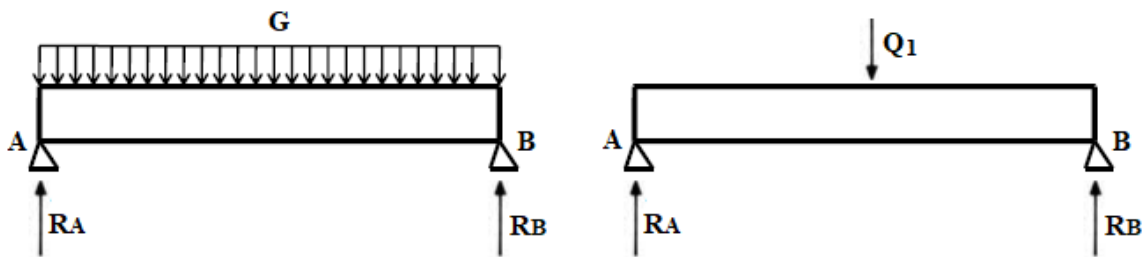
- Une charge permanente $G = 20 \text{ KN/ml}$
- Une surcharge d'exploitation concentrée appliquée à mi-portée $Q_1 = 100 \text{ KN}$



- 1- Calculer le moment maximum à l'ELU et à l'ELS
- 2- Calculer l'effort tranchant maximum à l'ELU

Solution 2.2

Calcul des réactions sous la charge G et la surcharge Q_1



– Pour la charge (G), on a : $\sum M_{/A} = 0 \Leftrightarrow R_B \cdot l - G \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{G \cdot l}{2}$

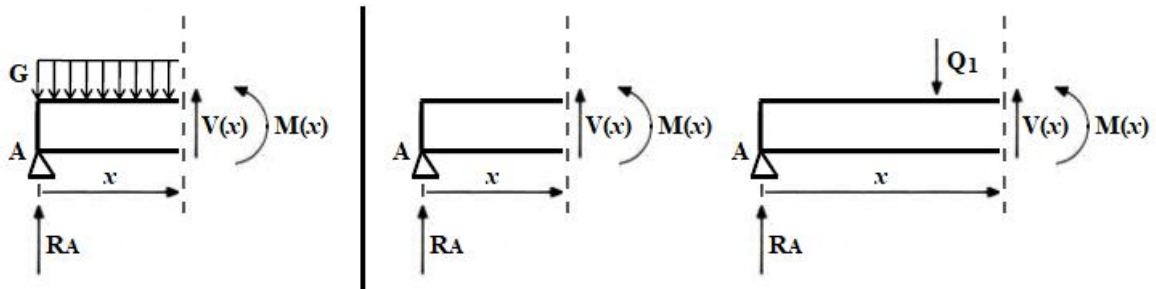
et $\sum M_{/B} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot l - G \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_A = \frac{G \cdot l}{2}$

Vérification : $\sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A + R_B - G \cdot l = 0 \Leftrightarrow \frac{G \cdot l}{2} + \frac{G \cdot l}{2} - G \cdot l = 0 \Rightarrow \text{Vérifiée}$

– Pour la surcharge (Q_1), on a : $\sum M_{/A} = 0 \Leftrightarrow R_B \cdot l - Q_1 \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{Q_1}{2}$

et $\sum M_{/B} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot l - Q_1 \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow R_A = \frac{Q_1}{2}$

Vérification : $\sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A + R_B - Q_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{Q_1}{2} + \frac{Q_1}{2} - Q_1 = 0 \Rightarrow \text{Vérifiée}$

Calcul des sollicitations (V) et (M) de la charge G et la surcharge Q₁

- L'effort tranchant (V) de la charge G : $\sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A + V(x) - G \cdot x = 0$

$$\Rightarrow V(x) = G \cdot x - R_A \Leftrightarrow V(x) = G \cdot x - G \cdot \frac{l}{2} = G \left(x - \frac{l}{2} \right)$$

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow V(0) = G \left(0 - \frac{l}{2} \right) = -\frac{G \cdot l}{2}$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow V\left(\frac{l}{2}\right) = G \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 0$$

$$\text{Si } x = l \Rightarrow V(l) = G \left(l - \frac{l}{2} \right) = \frac{G \cdot l}{2}$$

- Le moment de flexion (M) de G : $\sum M_{/x} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot x - M(x) - G \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0$

$$\Rightarrow M(x) = R_A \cdot x - G \cdot x \cdot \frac{x}{2} = G \cdot \frac{l}{2} \cdot x - G \cdot x \cdot \frac{x}{2} = G \cdot x \left(\frac{l}{2} - \frac{x}{2} \right)$$

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow M(0) = G \cdot 0 \left(\frac{l}{2} - \frac{0}{2} \right) = 0$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow M\left(\frac{l}{2}\right) = G \cdot \frac{l}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4} \right) = \frac{G \cdot l^2}{8}$$

$$\text{Si } x = l \Rightarrow M(l) = G \cdot l \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right) = 0$$

- L'effort tranchant (V) de la surcharge Q₁ :

$$\text{Pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \text{ on a : } \sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = -R_A \Leftrightarrow V(x) = -\frac{Q_1}{2}$$

$$\text{Pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \text{ on a : } \sum F_V = 0 \Leftrightarrow R_A - Q_1 + V(x) = 0 \Rightarrow V(x) = Q_1 - R_A$$

$$\Leftrightarrow V(x) = Q_1 - \frac{Q_1}{2} = \frac{Q_1}{2}$$

– Le moment de flexion (M) de la surcharge Q_1 :

$$\text{Pour } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \text{ on a : } \sum M_{/x} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot x - M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = R_A \cdot x = \frac{Q_1}{2} \cdot x$$

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow M(0) = \frac{Q_1}{2} \cdot 0 = 0$$

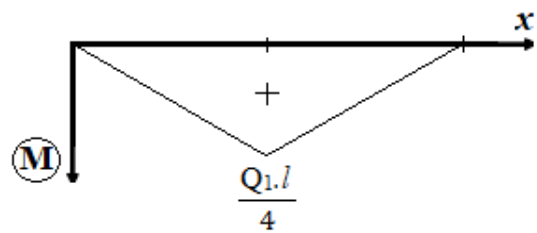
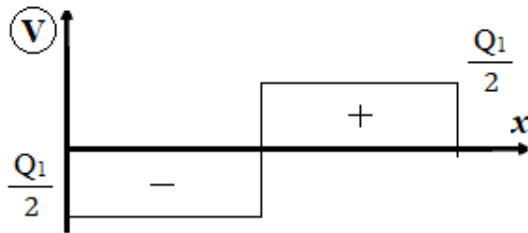
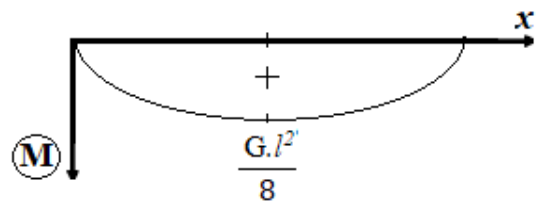
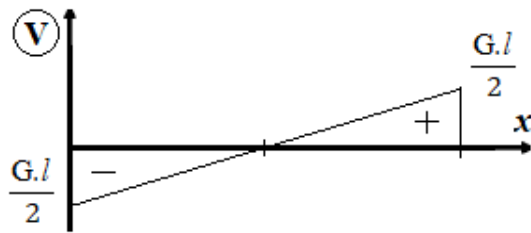
$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Q_1}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Q_1 \cdot l}{4}$$

$$\text{Pour } \frac{l}{2} \leq x \leq l \text{ on a : } \sum M_{/x} = 0 \Leftrightarrow R_A \cdot x - Q_1 \left(x - \frac{l}{2}\right) - M(x) = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = R_A \cdot x - Q_1 \left(x - \frac{l}{2}\right) = \frac{Q_1}{2} \cdot x - Q_1 \left(x - \frac{l}{2}\right) = \frac{Q_1}{2} (l - x)$$

$$\text{Si } x = \frac{l}{2} \Rightarrow M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Q_1}{2} \left(l - \frac{l}{2}\right) = \frac{Q_1 \cdot l}{4}$$

$$\text{Si } x = l \Rightarrow M(l) = \frac{Q_1}{2} (l - l) = 0$$



Moment maximum à l'ELU (M_{Umax}) : au milieu de la travée

$$M_{Umax} = 1,35M_G + 1,5M_Q = 1,35 \cdot \frac{G \cdot l^2}{8} + 1,5 \cdot \frac{Q_1 \cdot l}{4}$$

$$M_{Umax} = 1,35 \times 20 \times \frac{5^2}{8} + 1,5 \times 100 \times \frac{5}{4} = 271,88 \text{ KN.m}$$

Moment maximum à l'ELS (M_{Smax}) : au milieu de la travée

$$M_{Smax} = M_G + M_Q = G \cdot \frac{l^2}{8} + Q_1 \cdot \frac{l}{4} = 20x \frac{5^2}{8} + 100x \frac{5}{4} = 187,50 \text{ KN.m}$$

Effort tranchant maximum à l'ELU (V_{Umax}) :

- Au niveau des appuis : $V_{Umax} = 1,35V_G + 1,5V_Q = 1,35 \cdot G \cdot \frac{l}{2} + 1,5 \cdot \frac{Q_1}{2}$

$$V_{Umax} = 1,35x20x \frac{5}{2} + 1,5x \frac{100}{2} = 142,5 \text{ KN}$$

- Au milieu de la travée (Pour $x \leq \frac{l}{2}$)

$$V_{Umax} = 1,35V_G + 1,5V_Q = 1,35x0 + 1,5 \cdot \left(-\frac{Q_1}{2}\right) = -1,5 \cdot \frac{Q_1}{2} = -1,5 \cdot \frac{100}{2} = -75 \text{ KN}$$

- Au milieu de la travée (Pour $x \geq \frac{l}{2}$)

$$V_{Umax} = 1,35V_G + 1,5V_Q = 1,35x0 + 1,5 \cdot \left(+\frac{Q_1}{2}\right) = 1,5 \cdot \frac{Q_1}{2} = 1,5 \cdot \frac{100}{2} = 75 \text{ KN}$$

Nota : $V_{Umax} = 142,5 \text{ KN}$. C'est-à-dire il est maximum au niveau des appuis

2. 3 – Caractéristiques des matériaux2. 3.1 – Béton2. 3.1.1 – Résistance du béton

Pour l'établissement des projets, un béton est défini par la valeur caractéristique requise ou spécifiée « f_{c28} » de sa résistance à la compression à 28 jours, à laquelle est associée une valeur conventionnelle de sa résistance à la traction « f_{t28} », telle que :

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06f_{c28} \text{ (MPa)}$$

□ Nota : D'après CBA 93, la résistance caractéristique minimale f_{c28} doit être de :

- **15 MPa** quand on utilise des aciers de haute adhérence,
- **12 MPa** lorsqu'on utilise des aciers lisses.

En deçà de ces limites les structures concernées ne peuvent être considérées comme étant du béton armé.

Lorsque des sollicitations s'exercent sur un béton dont l'âge $j \leq 28$ (en cours d'exécution), la résistance f_{cj} des bétons sera :

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} \text{ pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$$

$$\text{et } f_{cj} = \frac{j}{1,40 + 0,95j} f_{c28} \text{ pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa}$$

Pour $28 < j < 60$ on utilise la première formule, et $f_{cj} = 1,10f_{c28}$ pour $j \geq 60$.

2. 3.1.2 – Déformations longitudinales du béton

Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 heures, on admet, qu'à l'âge de j jours, le module de déformation longitudinale instantanée du béton E_{ij} est égal à :

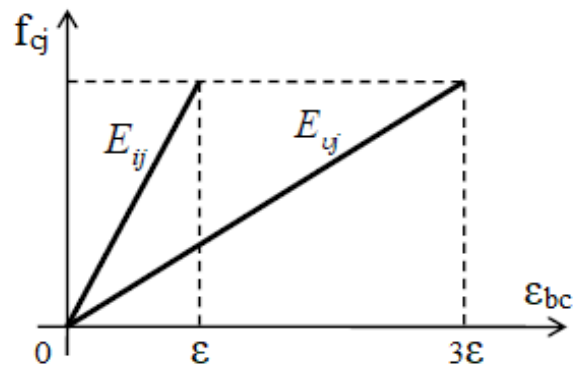
$$E_{ij} = 11000f_{cj}^{1/3}$$

f_{cj} (en MPa) désignant la résistance caractéristique à la compression à j jours.

Les déformations différées du béton comprennent le retrait et le fluage ; on considère dans les calculs que les effets de ces deux phénomènes s'additionnent sans atténuation.

On admet que sous contraintes de longue durée d'application, le module de déformation longitudinale différée E_{vj} à j jours est égal à :

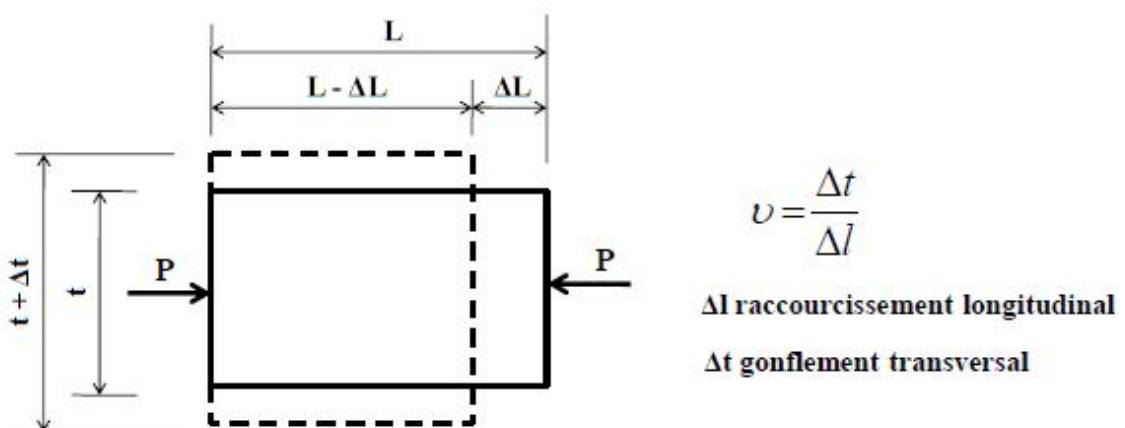
$$E_{vj} = 3700 f_{cj}^{1/3}$$



La valeur de ces modules intervient dans le calcul des flèches et les effets dus au retrait et au fluage du béton.

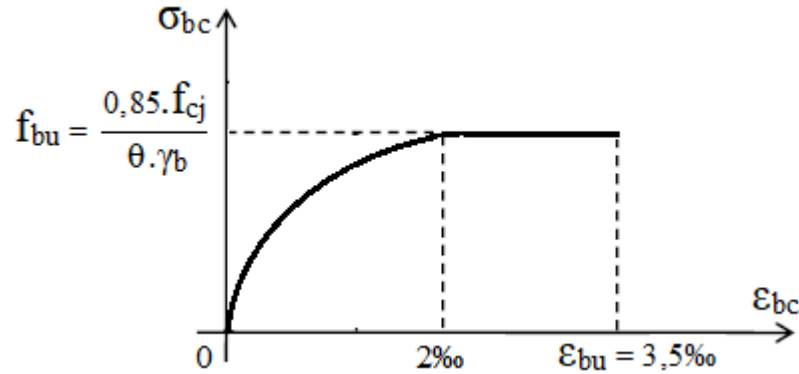
2. 3.1.3 – Coefficient de poisson

Le coefficient de poisson du béton est le rapport de « déformation transversale » et « déformation longitudinale » (voir figure). Il est pris égal à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations et à 0,2 pour le calcul des déformations. Pour le calcul des éléments bidimensionnels (dalles, coques, etc.), on prendra $\nu = 0,2$ pour les justifications aux états-limites de service (béton non fissuré), et $\nu = 0$ dans le cas des états-limites ultimes (béton fissuré)



2. 3.1.4 – Diagramme contraintes – déformations

Le diagramme de calcul normal du béton est le diagramme **parabole-rectangle** (diagramme non linéaire) qui peut être utilisé dans tous les cas de déformation.



σ_{bc} : Contrainte de compression du béton ;

f_{cj} : Résistance caractéristique du béton en compression à j jours ;

f_{bu} : Résistance conventionnelle ultime à la compression pour $2\text{‰} \leq \varepsilon_{bc} \leq 3,5\text{‰}$;

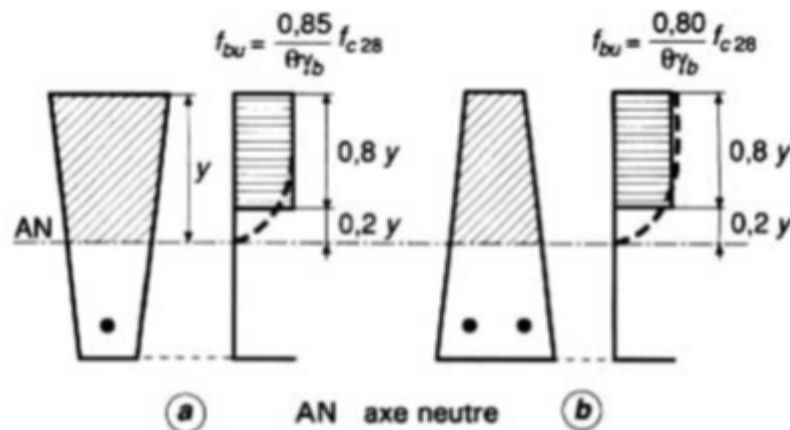
ε_{bc} : Déformation du béton en compression ;

γ_b : Coefficient de sécurité du béton ;

θ : Coefficient de la durée d'application de la combinaison d'actions.

2. 3.1.5 – Diagramme rectangulaire

Lorsque la section considérée n'est pas entièrement comprimée (c'est-à-dire soit le pivot A ou le pivot B), on peut, pour simplifier, substituer au diagramme parabolique-rectangle un diagramme rectangulaire simplifié (de hauteur $0,8y$ et de largeur f_{bu}) défini comme suit :



- (a) : Largeur de la section constante ou croissante vers les fibres les plus comprimées (y compris la section en Té) ;
- (b) : Largeur de la section décroissante vers les fibres les plus comprimées (y compris la section circulaire).

La distance de l'axe neutre (axe des déformations nulles) à la fibre le plus comprimée est désignée par « y » et sur une distance 0,2y à partir de l'axe neutre, la contrainte est nulle.

2. 3.1.6 – Coefficient de sécurité du béton

Le coefficient de sécurité « γ_b » tient compte d'éventuels défauts localisés, ainsi que de la réduction possible de la résistance du matériau mis en œuvre par rapport à sa résistance caractéristique défini a priori.

Coefficient de sécurité γ_b du béton en fonction des combinaisons

Coefficient de sécurité du béton	Combinaisons fondamentales	Combinaisons accidentelles
γ_b	1,5	1,15

2. 3.1.7 – Coefficient θ

Durée d'application de la combinaison d'actions	< 1 h	1 h ≤ ... ≤ 24 h	> 24 h
θ	0,85	0,9	1,0

2. 3.1.8 – Coefficient réducteur 0,85 du risque d'altération du béton

Le coefficient réducteur 0,85 tient compte du risque d'altération du béton sur les parements comprimés et du fait que la valeur de f_{c28} , obtenue en appliquant aux éprouvettes des charges quasi instantanées, est plus forte que la valeur sous charges longtemps maintenues ($\theta = 1$). En revanche, il n'a pas à être considéré en cas de charges de faible durée d'application ($\theta = 0,85$).

2. 3.2 – Aciers2. 3.2.1 – Limite d'élasticité des aciers

Les aciers utilisés en béton armé se distinguent suivant leur nuance et leur état de surface (ronds lisses ou barres à haute adhérence).

Le caractère mécanique servant de base aux justifications est la **limite d'élasticité garantie**, désignée par « **fe** » et qui est déterminée par des essais de traction.

fe est introduite dans le calcul des armatures avec un coefficient de sécurité γ_s

Limite d'élasticité **fe** des aciers

Types	Nuances	Limite d'élasticité fe (MPa)
Barres ronds lisses	FeE215	215
	FeE235	235
Barres à haute adhérence	FeE400	400
	FeE500	500
Treillis soudés lisses (TSL)	TSL500	500
Treillis soudés haute adhérence (TSHA)	FeTE500	500

2. 3.2.2 – Diamètres des aciers les plus couramment utilisés

- Barres ronds lisses : 6 – 8 – 10 et 12 mm.
- Barres à haute adhérence : 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 – 20 – 25 – 32 et 40 mm.
- Treillis soudés lisses (TSL) : 3,5 à 9 mm avec un pas de 0,5 mm.
- Treillis soudés haute adhérence (TSHA) : 3,5 à 12 mm avec un de pas 0,5 mm. Les diamètres 14 et 16 mm sont sur commande.

2. 3.2.3 – Diamètre et le nombre des barres d'une section en acier

Le tableau suivant aide à choisir le diamètre et le nombre de barres à mettre en place pour une largeur de section de béton donnée :

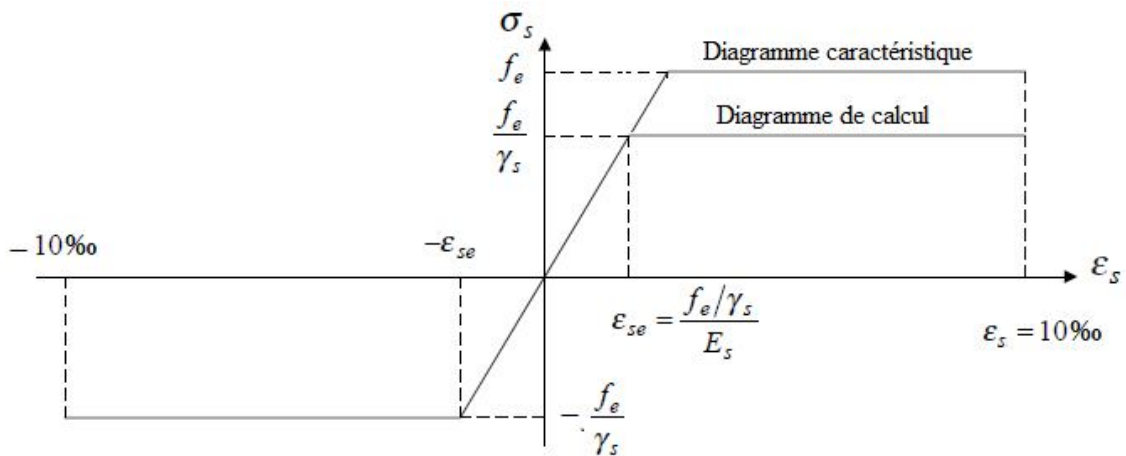
Φ (mm)	Section en cm ²									Masse (kg/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5	0,20	0,39	0,59	0,79	0,98	1,18	1,37	1,57	1,77	0,154
6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	0,222
8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	0,395
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	0,617
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	0,888
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85	1,208
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	1,578
20	3,14	6,28	4,92	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	2,466
25	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	3,853
32	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	6,313
40	12,54	25,13	37,70	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	9,865

2. 3.2.4 – Module d'élasticité longitudinale de l'acier

Le module d'élasticité longitudinale de l'acier est pris égal à **Es = 200 000 MPa**.

2. 3.2.5 – Diagramme contraintes – déformations

Le diagramme contraintes (σ_s) – déformations (ε_s) utilisable de l'acier dans le calcul à l'état limite ultime de résistance est :



$$\text{Contrainte de calcul : } \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

2. 3.2.6 – Coefficient de sécurité de l'acier

Coefficient de sécurité de l'acier	Combinaisons fondamentales	Combinaisons accidentelles
γ_s	1,15	1,00

2. 3.3 – Exercices2. 3.3.1 – Exercice 2.3

Les écrasements d'une série d'éprouvettes de béton, prélevées sur chantier ont donné les résultats suivants :

$f_{cj} = 18 - 20 - 21 - 22 - 19 - 21 - 18 - 25 - 24 - 22 - 21 - 18 - 23 - 23$ et 25 MPa

- 1- Calculer la résistance caractéristique en compression, sachant que le béton est âgé de 12 jours.
- 2- Quelle est la valeur de la résistance à 28 jours ?
- 3- Calculer la résistance caractéristique en traction à 28 jours.
- 4- Calculer la contrainte ultime en compression.
- 5- Calculer la contrainte limite à l'ELS.
- 6- Calculer E_{ij} et E_{vj} .

Solution 2.3Résistance caractéristique en compression à 12 jours

$$\bar{f}_{c_j} = \frac{\sum f_{c_j}}{n} = 21,33 \text{ MPa} \quad \text{Résistance moyenne en compression à j jour}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (f_{c_i} - \bar{f}_{c_j})^2}{n - 1}} = 2,41 \text{ MPa} \quad \text{L'écart type}$$

f_{c_j} doit satisfaire aux deux conditions suivantes :

$$f_{c_j} \leq \bar{f}_{c_j} - 1,2S = 18,44 \text{ MPa}$$

$$f_{c_j} \leq f_{c_{min}} + 4 = 22 \text{ MPa}$$

Donc : $f_{c_{12}} = 18,44 \text{ MPa}$ avec $j=12$ jours

Valeur de cette résistance caractéristique en compression à 28 jours

$$f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} \text{ pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$$

$$\text{Donc : } f_{c28} = 22,62 \text{ MPa}$$

Résistance caractéristique en traction à 28 jours

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06f_{c28} = 1,96 \text{ (MPa)}$$

Contrainte ultime en compression du béton

$$f_{bu} = \frac{0,85f_{cj}}{\gamma_b} = 12,82 \text{ MPa}$$

Avec le coefficient γ_b vaut 1,5 pour les combinaisons fondamentales et 1,15 pour les combinaisons accidentelles.

Contrainte limite à l'ELS du béton

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 13,57 \text{ MPa}$$

Valeurs de E_{ij} et E_{vj}

$$E_{ij} = 11000f_{cj}^{1/3} = 31109,30 \text{ MPa}$$

$$E_{vj} = 3700f_{cj}^{1/3} = 10369,77 \text{ MPa}$$

2. 3.3.2 – Exercice 2.4

Les écrasements d'une série d'éprouvettes de béton, prélevées sur chantier ont donné les résultats suivants :

$$f_{cj} = 16 - 23 - 18 - 19 - 21 - 26 - 23 - 22 - 16 - 25 - 18 - 21 - 25 - 25 \text{ et } 22 \text{ MPa}$$

- 1- Calculer la résistance caractéristique en compression, sachant que le béton est âgé de 12 jours.
- 2- Quelle est la valeur de la résistance à 28 jours ?
- 3- Calculer la résistance caractéristique en traction à 28 jours.
- 4- Calculer la contrainte ultime en compression.
- 5- Calculer la contrainte limite à l'ELS.
- 6- Calculer E_{ij} et E_{vj} .

Solution 2.4Résistance caractéristique en compression à 12 jours

$$\overline{fc_j} = \frac{\sum fc_j}{n} = 21,33 \text{ MPa} \quad \text{Résistance moyenne en compression à j jour}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (fc_i - \overline{fc_j})^2}{n - 1}} = 3,31 \text{ MPa} \quad \text{L'écart type}$$

fc_j doit satisfaire aux deux conditions suivantes :

$$fc_j \leq \overline{fc_j} - 1,2S = 17,36 \text{ MPa}$$

$$fc_j \leq fc_{min} + 4 = 20 \text{ MPa}$$

Donc : $fc_{12} = 17,36 \text{ MPa}$ avec $j=12$ jours

Nota : plus les valeurs sont dispersées plus la résistance caractéristique est moins bonne

Valeur de cette résistance caractéristique en compression à 28 jours

$$fc_j = \frac{j}{4,76 + 0,83j} fc_{28} \text{ pour } fc_{28} \leq 40 \text{ MPa}$$

Donc : $fc_{28} = 21,30 \text{ MPa}$

Résistance caractéristique en traction à 28 jours

$$ft_{28} = 0,6 + 0,06fc_{28} = 1,88 \text{ (MPa)}$$

Contrainte ultime en compression du béton

$$fbu = \frac{0,85fc_j}{\gamma_b} = 12,07 \text{ MPa}$$

Avec le coefficient γ_b vaut 1,5 pour les combinaisons fondamentales et 1,15 pour les combinaisons accidentelles.

Contrainte limite à l'ELS du béton

$$\overline{\sigma_{bc}} = 0,6fc_{28} = 12,78 \text{ MPa}$$

Valeurs de E_{ij} et E_{vj}

$$E_{ij} = 11000fc_j^{1/3} = 30492,00 \text{ MPa}$$

$$E_{vj} = 3700fc_j^{1/3} = 10164,00 \text{ MPa}$$

2. 4 – Hypothèses et données pour le calcul du béton armé

Les hypothèses générales sont celles utilisées en résistance des matériaux dans la théorie des poutres.

2. 4.1 – Etats-limites de service (calculs élastiques)

2. 4.1.1 – Hypothèses de base

Sous l'effet des sollicitations :

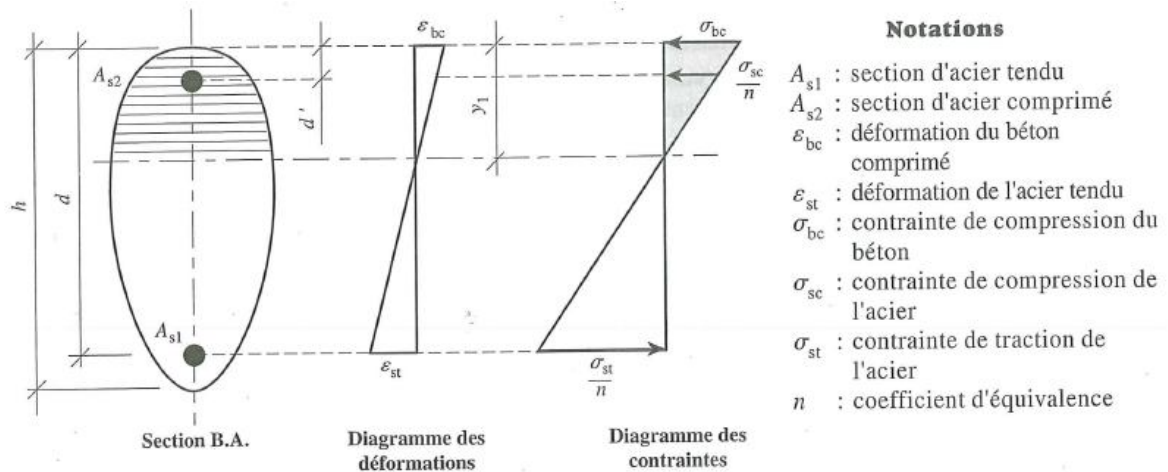
- Conservation des sections planes : les sections planes, normales à la fibre moyenne avant déformation restent planes après déformation (Hypothèse de Navier Bernoulli) ;
- Absence de glissement entre l'acier et le béton ;
- Non prise en compte du béton tendu ;
- En vertu de la loi de Hooke, les contraintes sont proportionnelles aux déformations relatives (le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux linéairement élastiques) : $\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \Delta l / l$;
- Introduction du coefficient d'équivalence acier – béton : $n = E_s / E_b = 15$ (valeur conventionnelle).

2. 4.1.2 – Etat-limite de compression du béton

Une valeur excessive de la contrainte de compression du béton dans les conditions de service risquerait d'entraîner l'apparition de fissures parallèles à la direction des contraintes de compression. Ce cas se rencontre en particulier dans les sections sur appuis des poutres comportant un pourcentage d'armatures tendues supérieur à 0,01 pour $f_{c28} = 25$ MPa ou 0,02 pour $f_{c28} = 40$ MPa (valeurs données à titre indicatif).

Pour éviter ce phénomène, les Règles BAEL limitent la contrainte de compression du béton en service σ_{bc} à $\overline{\sigma_{bc}} = 0,6f_{c28}$

Cette règle de la limitation de la compression du béton est susceptible d'être prépondérante pour les sections rectangulaires fléchies, surtout si elles comportent des pourcentages d'armatures élevés (à titre indicatif : $A_s/bd \approx 0,015$).



2. 4.1.3 – Etat-limite d'ouverture des fissures

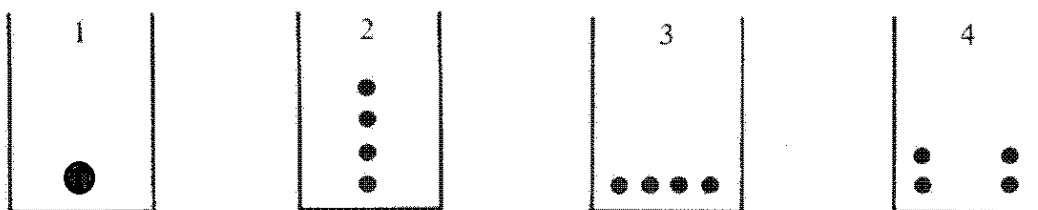
Une vérification des contraintes de traction de l'acier sera effectuée dans le but de limiter l'ouverture des fissures, les risques de corrosion et la déformation de la pièce.

On distinguera ainsi trois cas d'ouverture des fissures dans les ouvrages :

- ❑ Cas où la **fissuration** est **peu nuisible** ou (**peu préjudiciable**) « FPN » ce qui peut correspondre aux éléments en cause sont situés dans les locaux couverts et clos non soumis (sauf exceptionnellement et pour de courtes durées) à des condensations.

Dans ce cas, aucune vérification particulière n'est requise en dehors des prescriptions exigées par ailleurs (conditions de non-fragilité, prescriptions générales et dispositions particulières à certains éléments).

A titre d'exemple les dispositions telles que celles figurées en 1 et 2 sont nettement plus défavorables que les dispositions 3 et 4 qui assurent une meilleure répartition des fissures.



- ❑ Cas où la **fissuration** est **préjudiciable** « FP » lorsque les éléments en cause sont exposés aux intempéries ou à des condensations, ou peuvent être alternativement noyés ou émergés en eau douce (les conditions préjudiciables sont appréciées de la part du maître de l'ouvrage).

Dans ce cas, la contrainte de traction de l'acier « σ_s » est limitée à :

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} f_e ; \text{Max} \left(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right) \right\}$$

Nota : le diamètre des armatures les plus proches des parois est au moins égal à 6 mm.

η : coefficient de fissuration, qui vaut :

- 1,0 pour les ronds lisses y compris les treillis soudés formés de fils tréfilés lisses ;
- 1,6 pour les armatures à haute adhérence ;
- 1,3 pour les armatures à haute adhérence, de diamètre inférieur à 6 mm.

□ Cas où la **fissuration** est **très préjudiciable** « FTP » lorsque les éléments en cause sont exposés à un milieu agressif (eau de mer ou l'atmosphère marine telle qu'embruns et brouillards salins, l'eau très pure, les gaz ou sols particulièrement corrosifs) ou lorsque les éléments doivent assurer une étanchéité.

Dans ce cas, la contrainte de traction de l'acier « σ_s » est limitée à :

$$\bar{\sigma}_s = 0,8 \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} f_e ; \text{Max} \left(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right) \right\}$$

Nota : le diamètre des armatures les plus proches des parois est au moins égal à 8 mm.

2. 4.2 – Exercices

2. 4.2.1 – Exercice 2.5

Soit des barres utilisées (diamètre supérieur à 6 mm) dans une construction qui se trouve dans un milieu agressif, de nuance FeE400 et le béton a une résistance de $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$. Calculer les contraintes à l'ELS.

Solution 2.5

L'acier utilisé est de nuance FeE400 \Rightarrow sa limite d'élasticité est $f_e = 400 \text{ MPa}$

La fissuration est très préjudiciable, donc les contraintes se calculent à l'ELS

Contrainte limite en compression du béton à l'ELS

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \text{ MPa}$$

Contrainte limite de traction de l'acier à l'ELS

La fissuration est très préjudiciable \Rightarrow

$$\bar{\sigma}_s = 0,8 \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right] \text{ en (MPa)}$$

$$f_{c28} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times f_{c28} = 2,1 \text{ MPa}$$

Dans le cas de la fissuration très préjudiciable, en choisissant : $\varnothing \ell \geq 8 \text{ mm} \Rightarrow \eta = 1,6$ (pour l'acier de haute adhérence)

$$\text{Donc : } \bar{\sigma}_s = 0,8 \text{Min}[266,67 ; \text{Max}(200 ; 201,63)]$$

$$\Leftrightarrow \bar{\sigma}_s = 0,8 \text{Min}[266,67 ; 201,63] = 161,30 \text{ MPa}$$

2. 4.2.2 – Exercice 2.6

Soit des barres utilisées dans une construction qui se trouve dans un milieu intempérant, de nuance FeE500 et le béton a une résistance de $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$.

Calculer les contraintes à l'ELS.

Solution 2.6

L'acier utilisé est de nuance FeE500 \Rightarrow sa limite d'élasticité est $f_e = 500 \text{ MPa}$

La fissuration est préjudiciable, donc les contraintes se calculent à l'ELS

Contrainte limite en compression du béton à l'ELS

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 30 = 18 \text{ MPa}$$

Contrainte limite de traction de l'acier à l'ELS

La fissuration est préjudiciable $\Rightarrow \bar{\sigma}_s = \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right] \text{ en (MPa)}$

$$f_{c28} = 30 \text{ MPa} \Rightarrow f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times f_{c28} = 2,4 \text{ MPa}$$

Dans le cas de la fissuration préjudiciable, en choisissant : $\varnothing \ell \geq 6 \text{ mm} \Rightarrow \eta = 1,6$ (pour l'acier de haute adhérence)

$$\text{Donc : } \bar{\sigma}_s = \text{Min}[333,33 ; \text{Max}(250 ; 215,55)] \Leftrightarrow \bar{\sigma}_s = \text{Min}[333,33 ; 250] = 250 \text{ MPa}$$

2. 4.3 – Etats-limites ultimes de résistance (calculs de rupture)

On suppose, aux états-limites ultimes de résistance sous les sollicitations normales M et N , que les effets du second ordre (influence des déformations sur les sollicitations) peuvent être négligés.

2. 4.3.1 – Hypothèses de base

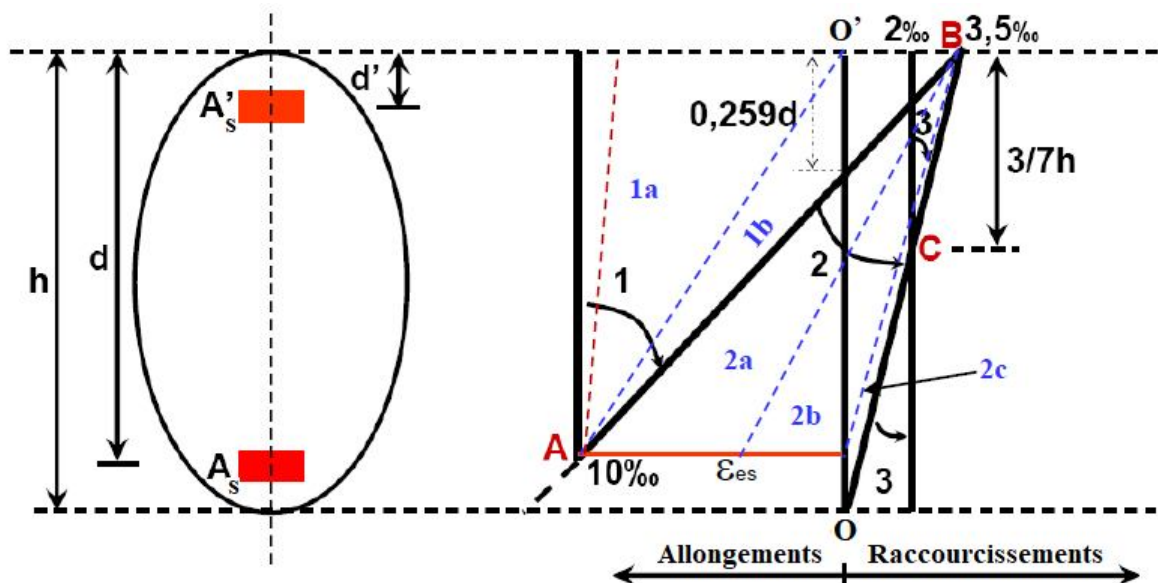
- Conservation des sections planes ;
- Absence de glissement entre l'acier et le béton ;
- Non prise en compte du béton tendu ;

2. 4.3.2 – Déformations relatives limitées

- Le raccourcissement relatif (ϵ) du béton est limité à :
 - 3,5/1000 en flexion,
 - 2/1000 en compression simple.
- L'allongement relatif (ϵ) de l'acier est limité à :
 - 10/1000.

2. 4.3.3 – Règles des trois pivots

Pour dimensionner à l'état-limite ultime, on admet que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C définis ci-dessous (voir figure).



h : Hauteur totale de la section ; d : Hauteur utile en flexion simple ;

- Domaine 1, pivot A : Les droites de déformation passent par le pivot « A » qui correspond à un allongement maximum de l'armature la plus tendue : $\varepsilon_s = 10.10^{-3}$;

La section est soumise à la traction simple ou à la flexion simple ou composée :

- Traction simple (béton entièrement tendu) : l'allongement des armatures est égal à $\varepsilon_s = 10.10^{-3}$ et l'axe neutre $y = \infty$.
- Traction composée : l'allongement de l'armature la plus tendue est $\varepsilon_s = 10.10^{-3}$ et celui de l'armature la moins tendue est $\varepsilon_s < 10.10^{-3}$. L'axe neutre « y » se trouve à l'extérieur de la section.
- Flexion simple ou composée ; la position de l'axe neutre est égale à :

$$0 < y \leq 0,259d$$

- Acier tendu ($\varepsilon_s = 10.10^{-3}$)
- Béton partiellement comprimé : $0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 3,5.10^{-3}$

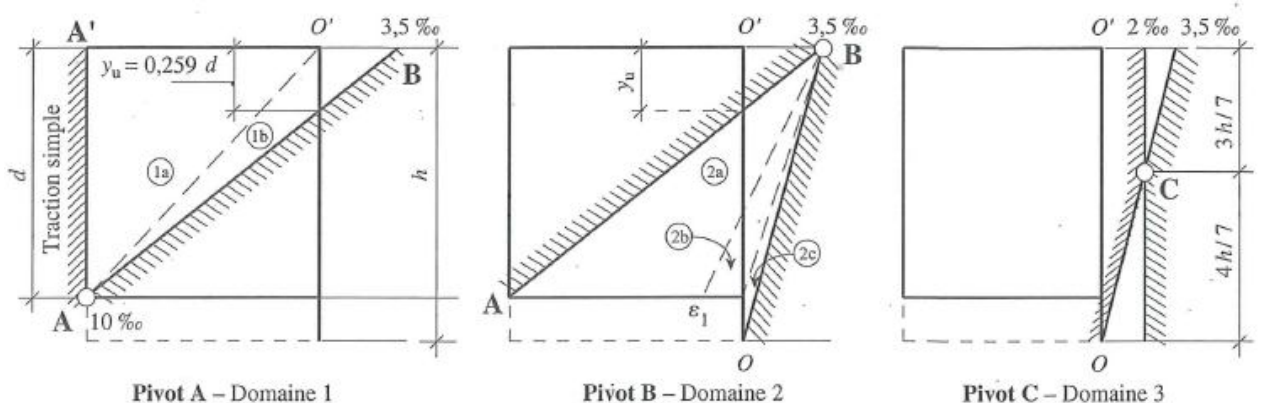
- Domaine 2, pivot B : Les droites de déformation passent par le pivot « B » qui correspond à un raccourcissement ultime de la fibre de béton la plus comprimée :

$$\varepsilon_{bc} = 3,5.10^{-3}$$

La section est soumise à la flexion simple ou composée ; la position de l'axe neutre est égale à $0,259d < y < h$.

- Domaine 3, pivot C : Les droites de déformation passent par le pivot « C » qui correspond à une section entièrement comprimée, et ainsi à un raccourcissement ultime de la fibre de béton à la distance $3h/7$ de la fibre la plus comprimée : $\varepsilon_{bc} = 2.10^{-3}$;

La section est soumise à la flexion composée ou à la compression simple ; la position de l'axe neutre est en dehors de la section ($y \geq h$).



□ Nota

- Le pivot « C » correspond à une section entièrement comprimée ;
- En flexion simple soit le pivot « A » ou « B », à l'exclusion du pivot « C » ;
- La règles des trois pivots est uniquement à l'ELU ;
- Le calcul des contraintes se fait uniquement à l'ELS.

2. 5 – Conditions de non-fragilité

Même en l'absence de chargement extérieur, un élément en béton voit son volume diminuer au cours du temps. Cette contraction, plus connue sous le nom de retrait, a notamment pour causes le séchage et l'hydratation du ciment. Dans une structure, le volume du béton ne peut pas changer librement. En conséquence, lorsque son retrait est gêné, le béton est soumis à des efforts de traction, qui le place dans une situation de fissuration potentielle. Le béton est donc un matériau qui a une tendance naturelle à la fissuration.

Supposant une poutre faiblement sollicitée en traction simple, par exemple le **retrait** peut provoquer une fissure accidentelle. S'il y a eu fissure cela veut dire que la contrainte de traction dans le béton a atteint « f_{t28} ».

Tant que la contrainte de traction « σ » n'a pas dépassé f_{t28} , il n'y a pas de fissuration.

L'effort total intérieur qui a provoqué cette fissure : $F = B \cdot f_{t28}$

Une fois la pièce est fissurée, cet effort « $B \cdot f_{t28}$ » va passer dans les aciers au niveau de cette section.

Il faut donc que les aciers soient en mesure de reprendre cet effort, c'est-à-dire la capacité portante des aciers doit être supérieure à $B \cdot f_{t28}$. C'est-à-dire : $A_s \cdot f_e \geq B \cdot f_{t28}$; avec $\gamma_s = 1$.

Donc il faut que : $A_s \geq \max [A_u ; A_{ser} ; B \cdot f_{t28} / f_e]$

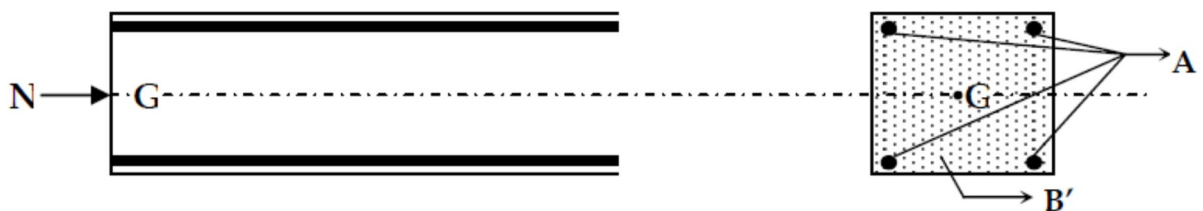
CHAPITRE 3
COMPRESSION SIMPLE

CHAPITRE 3

COMPRESSION SIMPLE

3. 1 – Définitions

Une pièce en béton armé est sollicitée en compression simple lorsque l'ensemble des forces extérieures agissant à gauche d'une section droite se réduisent, au centre de gravité de la section, à une force unique N (effort normal) perpendiculaire au plan de la section et dirigée vers la droite.



Dans un élément en béton armé (poteau, colonne rectiligne, pieu, ...) sollicitée en compression simple, le centre de gravité des armatures (A) est confondu avec celui du béton seul (B').

Le béton résiste très bien à la compression, il serait théoriquement inutile de placer des armatures. Néanmoins, les charges transmises au poteau ne sont jamais parfaitement centrées (imperfections d'exécution, moments transmis par les poutres, dissymétrie du chargement, etc.).

Par conséquent, on introduit des armatures longitudinales calculées de façon forfaitaire (car ces moments sont difficiles à estimer). Le risque de flambement des armatures longitudinales conduit à placer des armatures transversales (cadres, étriers ou épingles).

Selon les règles BAEL 91 modifiées 99, un poteau est soumis à une compression centrée si :

☐ L'excentricité de l'effort normal est petite :

- Cas de la section rectangulaire :

$$e \leq \frac{b}{12}$$

- Cas de la section circulaire :

$$e \leq \frac{D}{16}$$

☐ L'imperfection de rectitude est inférieure ou égale à $\text{Max} \{1 \text{ cm} ; \ell_0/500\}$

☐ L'élanement $\lambda < 70$.

3. 2 – Élanement et longueur de flambement

3. 2.1 – Élanement

Si on note « **B** » et « **I** », l'aire et l'inertie de la section droite du béton seul, le rayon de giration « **i** » est défini par :

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}}$$

Avec I : moment d'inertie par rapport au plan de flambement.

L'élanement « λ », d'une pièce comprimée de section constante, est le rapport de sa longueur de flambement « ℓ_f » au rayon de giration « i » de la section droite du béton seul, calculé dans le plan de flambement :

$$\lambda = \frac{\ell_f}{i}$$

☐ Poteau rectangulaire de petit côté « a » :

$$\lambda = \frac{\ell_f}{a} \sqrt{12}$$

☐ Poteau circulaire de diamètre « D » :

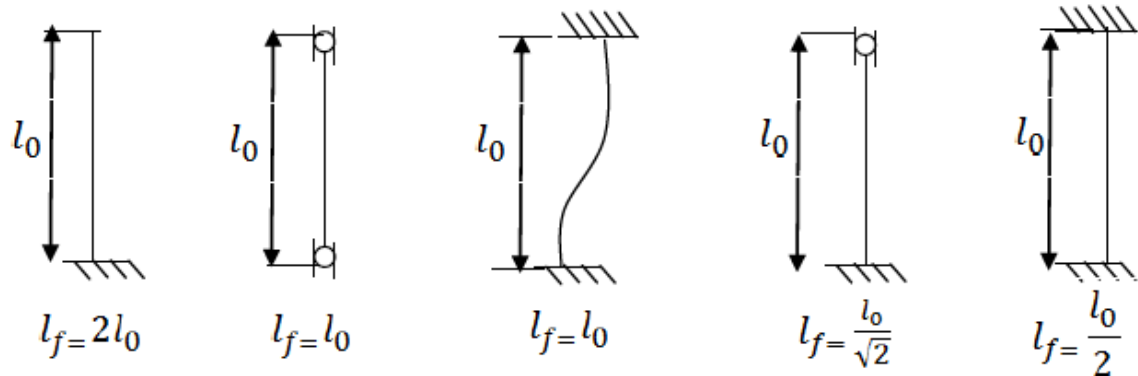
$$\lambda = \frac{4\ell_f}{D}$$

3. 2.2 – Longueur de flambement

Longueur de flambement ℓ_f dépend de la longueur libre et du type de liaison présente aux extrémités de l'élément considéré.

3. 2.2.1 – Cas du poteau isolé

Dans le cas du poteau isolé, la longueur de flambement ℓ_f est prise égale à :



ℓ_0 = longueur libre d'un poteau

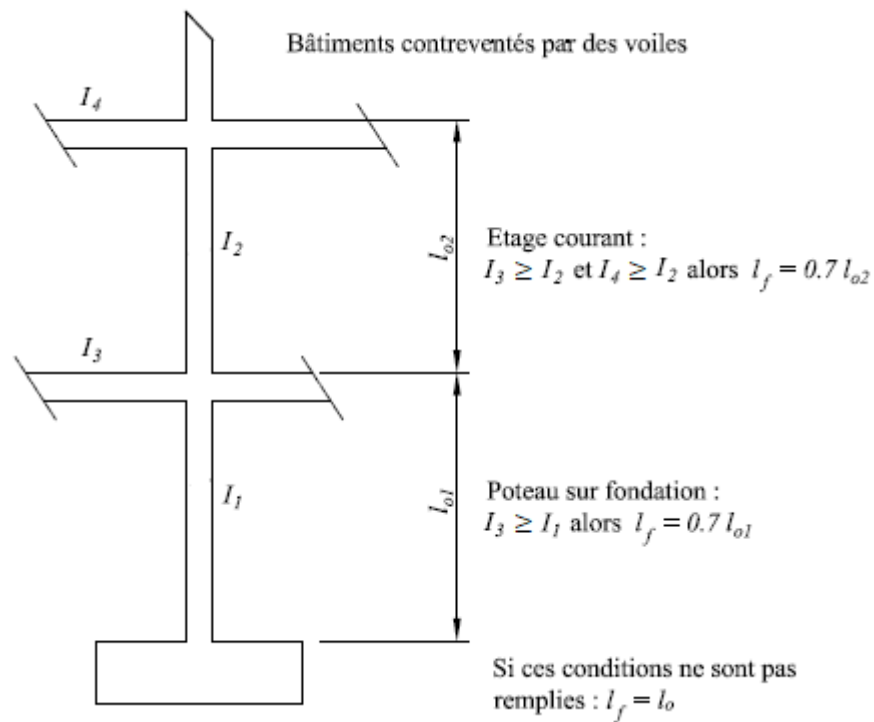
3. 2.2.2 – Cas des bâtiments

Pour les bâtiments à étages qui sont contreventés par un système de pans verticaux (avec triangulations, voiles en béton armé ou maçonnerie de résistance suffisante) et comportant des poteaux dont la continuité des sections de béton et d'armatures est assurée, la longueur de flambement ℓ_f est prise égale à :

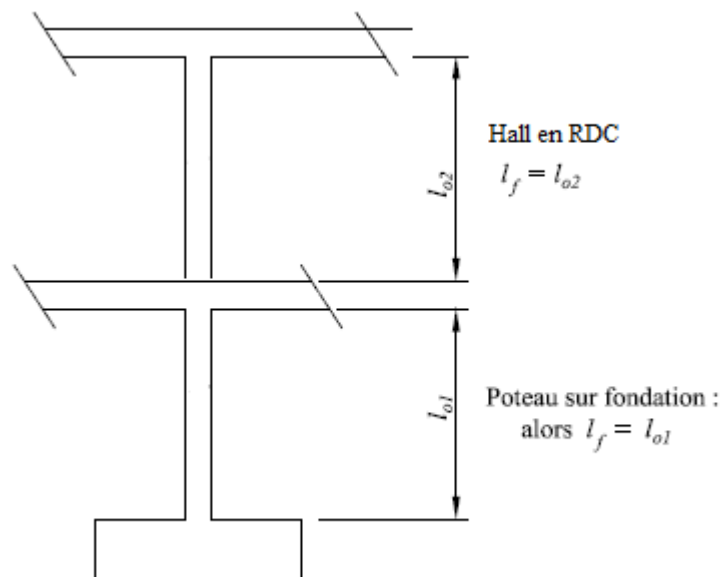
□ $\ell_f = 0,7\ell_0$ si le poteau est à ses extrémités :

- Soit encasté dans un massif de fondation ;
- Soit assemblé à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur que lui dans le sens considéré et le traversant de part en part.

□ $\ell_f = \ell_0$ dans tous les autres cas :



La longueur libre « l_0 » d'un poteau appartenant à un bâtiment à étages multiples est comptée entre faces supérieures de deux planchers consécutifs ou de sa jonction avec la fondation à la face supérieure du premier plancher.



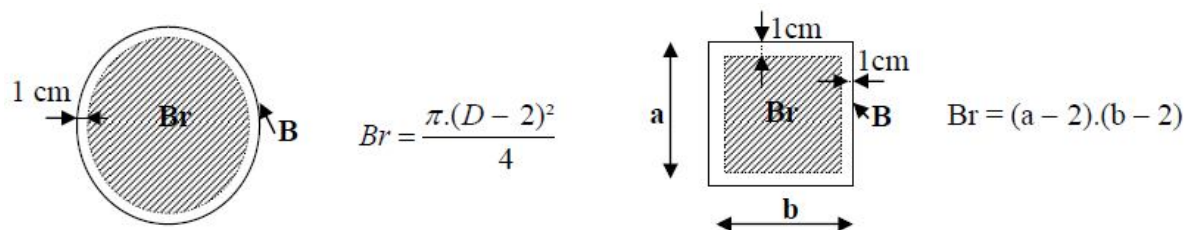
La longueur libre « l_0 » des poteaux d'un hall ne comportant au-dessus du sol qu'un rez-de-chaussée couvert est comptée de la jonction avec la fondation ou de la face supérieure du plancher haut du sous-sol au sommet du poteau.

3. 3 – Détermination des armatures3. 3.1 – Armatures longitudinales

L'effort normal ultime N_u d'un poteau doit être au plus égal à la valeur suivante :

$$N_u \leq \alpha \left(Br \frac{f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} + A_{sc} \frac{f_e}{\gamma_s} \right)$$

- $\gamma_b = 1,5$ (cas des combinaisons fondamentales) ;
- $\gamma_s = 1,15$: coefficient de sécurité de l'acier (cas de situation normale) ;
- Br : est la section réduite du poteau obtenue en déduisant de sa section réelle un centimètre d'épaisseur sur toute sa périphérie ;



- α : est un coefficient fonction de l'élanement mécanique « λ », qui prend les valeurs :

- Si plus de la moitié des charges est appliquée après 90 jours :

$$\alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \cdot \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2} \quad \text{Si } \lambda \leq 50$$

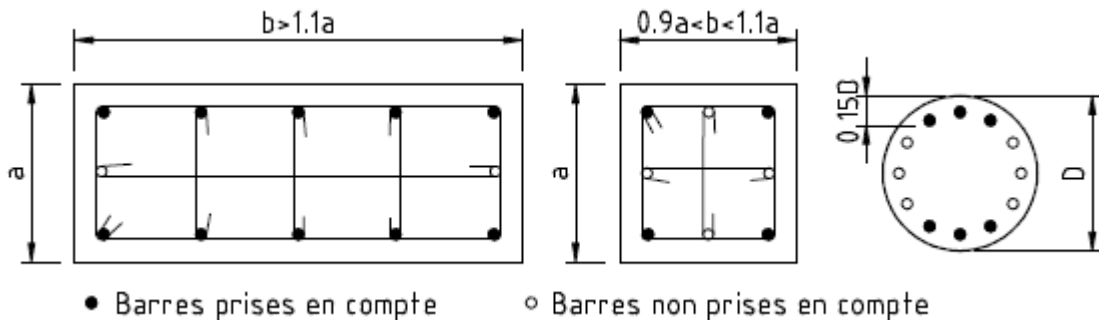
$$\alpha = 0,6 \cdot \left(\frac{50}{\lambda} \right)^2 \quad \text{Si } 50 < \lambda \leq 70$$

- Si plus de la moitié des charges est appliquée entre 28 et 90 jours, ces valeurs de « α » sont à diviser par 1,10 ;
- Si la majorité des charges est appliquée avant 28 jours, les valeurs de « α » sont à diviser par 1,20 et en remplaçant dans ce cas f_{c28} par f_{cj} .

□ A_{SC} : est la section d'acier comprimé prise en compte dans le calcul ;

$$A_{SC} \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{Br \cdot f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e}$$

- Si $\lambda \leq 35$: A_{SC} représente l'aire de toutes les armatures longitudinales à disposer sur tout le périmètre de la section considérée ;
- Si $\lambda > 35$: A_{SC} représente l'aire des armatures qui augmente efficacement la rigidité dans le sens où le moment d'inertie est le plus faible (c'est-à-dire dans le plan de flambement). Donc on doit tenir compte uniquement des armatures A_{SC} qui permettent à la section de résister efficacement à la flexion due aux efforts du second ordre (voir figure) :
 - Dans le cas des poteaux carrés, il s'agit des aciers disposés dans les angles ;
 - Dans le cas des poteaux rectangulaires dont le rapport des côtés est compris entre 0,9 et 1,1, on applique la règle des poteaux carrés ;
 - Dans le cas des autres poteaux rectangulaires, il s'agit des aciers disposés le long des grands côtés de la section ;
 - Pour d'autres formes de section, on admettra que seules peuvent être prises en compte les armatures disposées dans les zones des hauteurs 0,15D.



- Si $\lambda > 50$, le dimensionnement par la formule de N_u est peu économique. Un calcul au flambement est préférable.

□ La section A_{SC} des armatures longitudinales doit respecter les conditions suivantes :

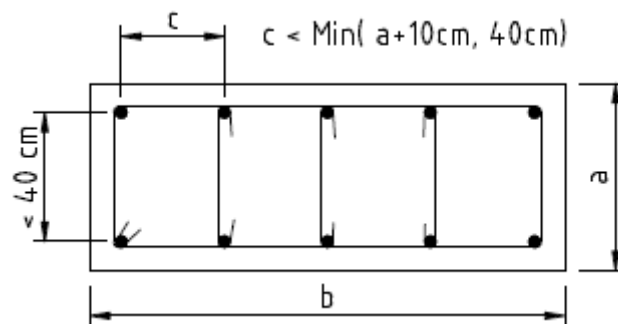
$$A_{min} \leq A_{SC} \leq A_{max}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{4U ; 2B/1000\} \text{ et } A_{max} = 5B/100$$

U : périmètre du poteau en mètres ; 4U (en cm²)

□ Nota

- La section du poteau doit être modifiée si le pourcentage des armatures verticales dépasse 5% de B en dehors des zones de recouvrement de ces barres ;
- Pour les armatures longitudinales des pièces comprimées, il est recommandé d'utiliser des aciers de limite d'élasticité $f_e \geq 400 \text{ MPa}$;
- Pour les sections rectangulaires, la distance maximale « c » de deux barres voisines sur une même face doit respecter la condition suivante (voir figure) : $c \leq \min(a + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm})$ avec « a » étant le petit côté du rectangle ;
- Pour les sections polygones, on disposera au moins une barre dans chaque angle ;
- Pour les sections circulaires, on disposera au moins six barres régulièrement réparties sur tout le contour.



3. 3.2 – Armatures transversales

Les armatures transversales doivent entourer toutes les barres longitudinales de diamètre supérieur ou égal à 20 mm et les barres longitudinales de diamètres inférieur à 20 mm et qui se trouvent dans les angles. Toutefois, on ne doit pas prendre en compte, dans les calculs de résistance, les armatures comprimées qui ne sont pas ligaturées tous les 15 diamètres au plus, par des armatures transversales.

3. 3.2.1 – Diamètre des armatures transversales

Le diamètre des armatures transversales ϕ_t est déterminé par la relation :

$$\phi_t \geq 1/3(\phi_{l_{\max}})$$

$\phi_{l_{\max}}$ étant le plus grand diamètre des armatures longitudinales.

Le diamètre des armatures transversales $\varnothing t$

$\varnothing \ell_{\max}$	≤ 20	25	32	40
$\varnothing t$	6	8	10	14

□ Nota : $\varnothing t \leq 12$ mm

3. 3.2.2 – Espacement des armatures transversales

L'espacement S_t des armatures transversales a pour valeur :

$$S_t \leq \text{Min} [15\varnothing \ell_{\min} ; 40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm}]$$

Avec : « a » est la plus petite dimension transversale du poteau,

$\varnothing \ell_{\min}$ étant le plus petit diamètre des armatures longitudinales nécessaires à la résistance.

Dans les zones de recouvrement des armatures longitudinales, lorsque la proportion des barres en recouvrement est supérieure à la moitié, il faut prévoir au minimum trois cours d'armatures transversales : un à chaque extrémité du recouvrement et le troisième au milieu.

3. 4 – Exercices3. 4.1 – Exercice 3.1

Soit un poteau, d'un bâtiment à étage multiple, d'une longueur libre $\ell_0 = 3,40$ m et d'une section rectangulaire (25x40) cm² sollicité par un effort normal $N_G = 0,7$ MN et $N_Q = 0,35$ MN. Les matériaux sont de FeE400 et de $f_{c28} = 25$ MPa. Le poteau est assemblé à des poutres plancher d'une raideur supérieure.

Calculer les armatures du poteau sachant que plus de la moitié des charges est appliquée après 90 jours.

Solution 3.1

Calcul de la section des armatures longitudinales A_{sc}

$$A_{sc} \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{Br \cdot f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e}$$

$$\text{FeE400} \Rightarrow f_e = 400 \text{ MPa} ; f_{c28} = 25 \text{ MPa} ; \gamma_b = 1,5 ; \gamma_s = 1,15$$

$$\text{Calcul de } N_u = 1,35N_G + 1,5N_Q = 1,47 \text{ MN}$$

Calcul de la section réduite du poteau :

$$B_r = (a - 2)(b - 2) = (25 - 2)(40 - 2) = 874 \text{ cm}^2$$

Calcul de longueur de flambement : $\ell_f = 0,7\ell_0 = 238 \text{ cm}$

$$\text{Calcul de l'élanement : } \lambda = \frac{\ell_f}{i} = \frac{\ell_f}{a} \sqrt{12} = \frac{238}{25} \sqrt{12} = 32,98$$

$\lambda \leq 35$: A_{SC} représente l'aire de toutes les armatures longitudinales à disposer sur tout le périmètre de la section considérée

Calcul de coefficient α :

$$\text{Si } \lambda \leq 50 : \quad \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2}$$

Donc $\alpha = 0,72$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq \left(\frac{1,47 \times 10^6}{0,72} - \frac{87400 \times 25}{0,9 \times 1,5} \right) \frac{1,15}{400} = 1216,55 \text{ mm}^2 = 12,17 \text{ cm}^2$$

La section A_{SC} des armatures longitudinales doit respecter les conditions suivantes :

$$A_{min} \leq A_{SC} \leq A_{max}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{4U ; 2B/1000\} = \text{Max}\{4 \times 2(0,25 + 0,40) ; 2 \times 1000/1000\}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{5,2 ; 2\} \Rightarrow A_{min} = 5,2 \text{ cm}^2$$

Avec U : périmètre du poteau en mètres ; 4U (en cm^2)

$$\text{et } A_{max} = 5B/100 = 5 \times 1000/100 = 50 \text{ cm}^2$$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq 12,17 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8T14 = 12,31 \text{ cm}^2 \text{ ou } 4T14 + 4T16 = 14,20 \text{ cm}^2$$

$$\text{Avec : } c \leq \min(a + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) \leq \min(25 + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) = 35 \text{ cm}$$

Calcul de la section des armatures transversales

Le diamètre des armatures transversales : $\emptyset t \geq 1/3(\emptyset \ell_{max}) = 1/3(16) = 5,33 \text{ mm}$

Donc on prend $\emptyset t = 6 \text{ mm}$

L'espacement St des armatures transversales a pour valeur :

$$St \leq \text{Min}[15\emptyset \ell_{min} ; 40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm}] = \text{Min}[15 \times 1,4 ; 40 \text{ cm} ; 25 + 10 \text{ cm}]$$

$$St = \text{Min}[21 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 35 \text{ cm}] = 21 \text{ cm} ; \text{On prend } St = 20 \text{ cm}$$

3. 4.2 – Exercice 3.2

Soit un poteau, d'un bâtiment à étage multiple, d'une longueur libre $\ell_0 = 3,00$ m et d'une section rectangulaire (30×40) cm² sollicité par un effort normal $N_G = 0,5$ MN et $N_Q = 0,8$ MN. Les matériaux sont de FeE400 et de $f_{c28} = 20$ MPa. Le poteau est assemblé à des poutres plancher d'une raideur supérieure.

Calculer les armatures du poteau sachant que plus de la moitié des charges est appliquée après 90 jours.

Solution 3.2

Calcul de la section des armatures longitudinales A_{SC}

$$A_{SC} \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{Br \cdot f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e}$$

FeE400 $\Rightarrow f_e = 400$ MPa ; $f_{c28} = 20$ MPa ; $\gamma_b = 1,5$; $\gamma_s = 1,15$

Calcul de $N_u = 1,35N_G + 1,5N_Q = 1,88$ MN

Calcul de la section réduite du poteau :

$$B_r = (a - 2)(b - 2) = (30 - 2)(40 - 2) = 1064 \text{ cm}^2$$

Calcul de longueur de flambement : $\ell_f = 0,7\ell_0 = 210$ cm

$$\text{Calcul de l'élanement : } \lambda = \frac{\ell_f}{i} = \frac{\ell_f}{a} \sqrt{12} = \frac{210}{30} \sqrt{12} = 24,25$$

$\lambda \leq 35$: A_{SC} représente l'aire de toutes les armatures longitudinales à disposer sur tout le périmètre de la section considérée

Calcul de coefficient α :

$$\text{Si } \lambda \leq 50 : \quad \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \cdot \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2}$$

Donc $\alpha = 0,78$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq \left(\frac{1,88 \times 10^6}{0,78} - \frac{106400 \times 20}{0,9 \times 1,5} \right) \frac{1,15}{400} = 2397,64 \text{ mm}^2 = 23,98 \text{ cm}^2$$

La section A_{SC} des armatures longitudinales doit respecter les conditions suivantes :

$$A_{min} \leq A_{SC} \leq A_{max}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{4U ; 2B/1000\} = \text{Max}\{4 \times 2(0,30 + 0,40) ; 2 \times 1200/1000\}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{5,6 ; 2,4\} \Rightarrow A_{min} = 5,6 \text{ cm}^2$$

Avec U : périmètre du poteau en mètres ; 4U (en cm^2)

$$\text{et } A_{max} = 5B/100 = 5 \times 1200/100 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq 23,98 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8T20 = 25,13 \text{ cm}^2$$

$$\text{Avec : } c \leq \min(a + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) \leq \min(30 + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm}$$

Calcul de la section des armatures transversales

Le diamètre des armatures transversales : $\phi t \geq 1/3(\phi \ell_{max}) = 1/3(20) = 6,67 \text{ mm}$

Donc on prend $\phi t = 8 \text{ mm}$

L'espacement St des armatures transversales a pour valeur :

$$St \leq \text{Min} [15\phi \ell_{min} ; 40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm}] = \text{Min} [15 \times 2,0 ; 40 \text{ cm} ; 30 + 10 \text{ cm}]$$

$$St = \text{Min} [30 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}] = 30 \text{ cm} ; \text{On prend } St = 30 \text{ cm}$$

3. 4.3 – Exercice 3.3

Soit un poteau, d'un bâtiment à étage multiple, d'une longueur libre $\ell_0 = 4,40 \text{ m}$ et d'une section carrée $(30 \times 30) \text{ cm}^2$ sollicité par un effort normal $N_G = 0,5 \text{ MN}$ et $N_Q = 0,8 \text{ MN}$. Les matériaux sont de FeE400 et de $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$. Le poteau est assemblé à des poutres plancher d'une raideur supérieure.

Calculer les armatures du poteau sachant que plus de la moitié des charges est appliquée entre 28 et 90 jours.

Solution 3.3

Calcul de la section des armatures longitudinales A_{SC}

$$A_{sc} \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - \frac{Br \cdot f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} \right) \frac{\gamma_s}{f_e}$$

$$\text{FeE400} \Rightarrow f_e = 400 \text{ MPa} ; f_{c28} = 20 \text{ MPa} ; \gamma_b = 1,5 ; \gamma_s = 1,15$$

$$\text{Calcul de } N_u = 1,35N_G + 1,5N_Q = 1,88 \text{ MN}$$

Calcul de la section réduite du poteau :

$$B_r = (a - 2)(b - 2) = (30 - 2)(30 - 2) = 784 \text{ cm}^2$$

Calcul de longueur de flambement : $\ell_f = 0,7\ell_0 = 308 \text{ cm}$

Calcul de l'élanement : $\lambda = \frac{\ell_f}{i} = \frac{\ell_f}{a} \sqrt{12} = \frac{308}{30} \sqrt{12} = 35,57$

$\lambda > 35$: A_{SC} représente l'aire de toutes les armatures longitudinales à disposer dans les angles de la section considérée pour le cas des poteaux carrés.

Calcul de coefficient α :

$$\text{Si } \lambda \leq 50 : \quad \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2}$$

Donc $\alpha = 0,71$

Plus de la moitié des charges est appliquée entre 28 et 90 jours $\Rightarrow \alpha/1,10 = 0,65$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq \left(\frac{1,88 \times 10^6}{0,65} - \frac{78400 \times 20}{0,9 \times 1,5} \right) \frac{1,15}{400} = 4976,13 \text{ mm}^2 = 49,76 \text{ cm}^2$$

La section A_{SC} des armatures longitudinales doit respecter les conditions suivantes :

$$A_{min} \leq A_{SC} \leq A_{max}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{4U ; 2B/1000\} = \text{Max}\{4 \times 2(0,30 + 0,30) ; 2 \times 900/1000\}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{4,8 ; 1,8\} \Rightarrow A_{min} = 4,8 \text{ cm}^2$$

Avec U : périmètre du poteau en mètres ; 4U (en cm^2)

$$\text{et } A_{max} = 5B/100 = 5 \times 900/100 = 45 \text{ cm}^2$$

D'où : $A_{SC} = 49,76 \text{ cm}^2 > A_{max} = 45 \text{ cm}^2 \Rightarrow$ **la section du poteau doit être modifiée.**

On prend une **section carrée (40x40) cm^2**

Calcul de la section réduite du poteau :

$$B_r = (a - 2)(b - 2) = (40 - 2)(40 - 2) = 1444 \text{ cm}^2$$

Calcul de l'élanement : $\lambda = \frac{\ell_f}{i} = \frac{\ell_f}{a} \sqrt{12} = \frac{308}{40} \sqrt{12} = 26,67$

$\lambda \leq 35$: A_{SC} représente l'aire de toutes les armatures longitudinales à disposer sur tout le périmètre de la section considérée.

Calcul de coefficient α :

$$\text{Si } \lambda \leq 50 : \quad \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2 \cdot \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$$

Donc $\alpha = 0,76$

Plus de la moitié des charges est appliquée entre 28 et 90 jours $\Rightarrow \alpha/1,10 = 0,69$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq \left(\frac{1,88 \times 10^6}{0,69} - \frac{144400 \times 20}{0,9 \times 1,5} \right) \frac{1,15}{400} = 1682,96 \text{ mm}^2 = 16,83 \text{ cm}^2$$

La section A_{SC} des armatures longitudinales doit respecter les conditions suivantes :

$$A_{min} \leq A_{SC} \leq A_{max}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{4U ; 2B/1000\} = \text{Max}\{4 \times 2(0,40 + 0,40) ; 2 \times 1600/1000\}$$

$$A_{min} = \text{Max}\{6,4 ; 3,2\} \Rightarrow A_{min} = 6,4 \text{ cm}^2$$

Avec U : périmètre du poteau en mètres ; 4U (en cm^2)

$$\text{et } A_{max} = 5B/100 = 5 \times 1600/100 = 80 \text{ cm}^2$$

$$\text{D'où : } A_{SC} \geq 16,83 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4T20 + 4T14 = 18,73 \text{ cm}^2$$

$$\text{Avec : } c \leq \min(a + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) \leq \min(40 + 10 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm}$$

Calcul de la section des armatures transversales

$$\text{Le diamètre des armatures transversales : } \phi_t \geq 1/3(\phi \ell_{max}) = 1/3(20) = 6,67 \text{ mm}$$

Donc on prend $\phi_t = 8 \text{ mm}$

L'espacement S_t des armatures transversales a pour valeur :

$$S_t \leq \text{Min}[15\phi_{min} ; 40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm}] = \text{Min}[15 \times 1,4 ; 40 \text{ cm} ; 40 + 10 \text{ cm}]$$

$$S_t = \text{Min}[21 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 50 \text{ cm}] = 21 \text{ cm} ; \text{On prend } S_t = 20 \text{ cm}$$

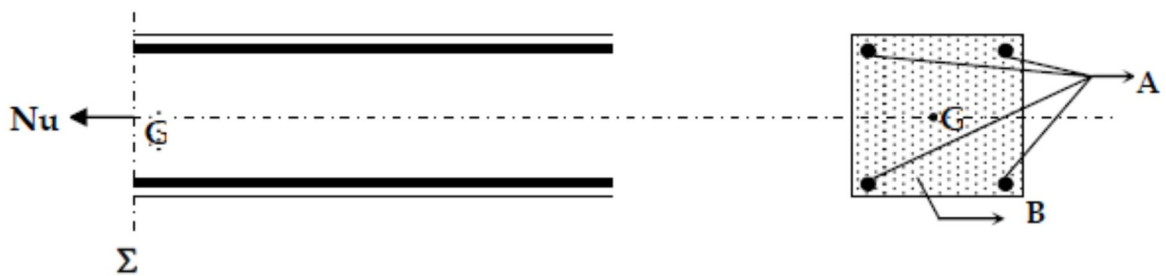
CHAPITRE 4
TRACTION SIMPLE

CHAPITRE 4

TRACTION SIMPLE

4. 1 – Définition

Si l'ensemble des forces de traction agissant d'un même côté d'une section d'un élément se réduit à une force normale appliquée au centre de gravité de cette section, on dit que l'élément est sollicité par la **traction simple**.



Dans chaque section droite le centre de gravité des armatures longitudinales (A) coïncide avec le centre de gravité du béton seul (B), et avec le point d'application de la force de traction. C'est-à-dire, les aciers seront évidemment placés de façon symétrique par rapport au centre de traction. Ce le cas des tirants, des tuyaux, les réservoirs circulaires et les ceintures des coupes.

4. 2 – Dimensionnement

4. 2.1 – Détermination de la section du béton

La section du béton « **B** » est obtenue en satisfaisant la condition de non-fragilité.

$$A_s \cdot f_e \geq B \cdot f_{tj} \Rightarrow B \leq \frac{A_s \cdot f_e}{f_{tj}}$$

Avec : $\gamma_s = 1$

A_s : aire totale des armatures

B : aire de la section du béton

f_e : limite d'élasticité de l'acier

f_{tj} : résistance caractéristique du béton à la traction à « j » jours (en pratique 28 jours).

La section minimale de l'acier à prévoir dans la section du béton est :

$$A_{min} \geq B \cdot \frac{f_{tj}}{f_e}$$

4. 2.2 – Dimensionnement des armatures longitudinales

Le béton tendu est négligé, l'effort total extérieur de traction doit être intégralement équilibré par des armatures avec un allongement unitaire maximal de 10/1000.

La section d'armature à prévoir est :

❑ En cas de fissuration peu préjudiciable (ou peu nuisible) : celle qui résulte du calcul à l'ELU, dans le cas où les aciers sont de la classe FeE500 (le calcul à l'ELS est inutile).

❑ En cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable : celle qui résulte du calcul à l'ELS, dans le cas où les aciers sont de la classe FeE500 (le calcul à l'ELU est inutile).

4. 2.2.1 – Cas où la fissuration est peu préjudiciable (FPN)

Le dimensionnement de la section d'armature, se fait à l'ELU, on a :

$$A_u \geq \frac{N_u}{\sigma_{s10}}$$

A_u : section totale des armatures à l'ELU

N_u : l'effort normal de traction de béton à l'ELU

σ_{s10} : contrainte correspondant à l'allongement maximal $\varepsilon_s = 10\text{‰}$ de l'acier

$$\sigma_{s10} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Avec : f_e : limite élastique de l'acier et $\gamma_s = \begin{cases} 1 & \text{: situation accidentelle} \\ 1,15 & \text{: dans les autres cas} \end{cases}$

Dans ce cas, le dimensionnement résulte uniquement de l'ELU, il faut donc vérifier la condition :

$$A_s \geq \text{Max}[A_u ; A_{min}]$$

4. 2.2.2 – Cas où la fissuration est préjudiciable (FP)

La contrainte limite des aciers $\bar{\sigma}_s$ en cas de situation préjudiciable est :

$$\bar{\sigma}_s = \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right] \text{ en (MPa)}$$

Dans laquelle :

f_e : limite d'élasticité des aciers

f_{tj} : résistance caractéristique du béton à la traction à « j » jours (en pratique 28 jours).

$$\eta : \text{coefficient de fissuration} = \begin{cases} 1 & : \text{pour acier rond lisse} \\ 1,6 & : \text{pour acier haute adhérence} \end{cases}$$

Le dimensionnement de la section d'armature, se fait à l'ELS, on a :

$$A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

A_{ser} : section totale des armatures à l'ELS

N_{ser} : l'effort normal de traction de béton à l'ELS

Enfin, il faut vérifier que la section des armatures du tirant respecte la condition :

$$A_s \geq \text{Max}[A_{ser} ; A_{min}]$$

La section « A_s » une fois déterminée, on en déduit le diamètre \emptyset des barres et le nombre des barres nécessaires, en choisissant : $\emptyset \geq 6$ mm en cas de fissuration préjudiciable.

4. 2.2.3 – Cas où la fissuration est très préjudiciable (FTP)

La contrainte limite des aciers $\bar{\sigma}_s$ en cas de situation très préjudiciable est :

$$\bar{\sigma}_s = 0,8 \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right] \text{ en (MPa)}$$

Le dimensionnement de la section d'armature, se fait à l'ELS, on a :

$$A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

Enfin, il faut vérifier que la section des armatures du tirant respecte la condition :

$$A_s \geq \text{Max}[A_{ser} ; A_{min}]$$

La section « A_s » une fois déterminée, on en déduit le diamètre \emptyset des barres et le nombre des barres nécessaires, en choisissant : $\emptyset \geq 8$ mm en cas de fissuration très préjudiciable.

□ Nota

- En raison du risque de corrosion des armatures, il est judicieux de toujours considérer un tirant comme étant soumis au minimum aux conditions de la fissuration préjudiciable ;
- La formule générale de dimensionnement s'écrit donc :

$$A_s \geq \text{Max}[A_u ; A_{ser} ; A_{min}]$$

4. 2.3 – Détermination des armatures transversales

4. 2.3.1 – Diamètre des armatures transversales

- Fissuration peu nuisible : $\emptyset_t \geq \emptyset \ell / 4$ en (mm)
- Fissuration préjudiciable : $\emptyset_t \geq \text{Max} \{6 ; \emptyset \ell / 4\}$ en (mm)
- Fissuration très préjudiciable : $\emptyset_t \geq \text{Max} \{8 ; \emptyset \ell / 4\}$ en (mm)

4. 2.3.2 – Espacement des armatures transversales

En zone courante : $S_t \leq a$; avec a = petit côté de la section

4. 3 – Exercices

4. 3.1 – Exercice 4.1

Soit un tirant d'une section carrée (25x25) cm² sollicité par un effort de traction à l'ELU

$N_u = 0,45$ MN et à l'ELS $N_s = 0,34$ MN.

Les matériaux sont de FeE400 et de $f_{c28} = 20$ MPa, la fissuration est préjudiciable. Calculer la section des armatures longitudinales en déterminant le nombre des barres ainsi que leur diamètre.

Déterminer le diamètre des armatures transversales ainsi que leur espacement.

Solution 4.1

L'acier utilisé est de nuance FeE400 \Rightarrow sa limite d'élasticité est $f_e = 400$ MPa

$$f_{c28} = 20 \text{ MPa} \Rightarrow f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 1,8 \text{ MPa}$$

Armatures longitudinales□ Aux états limites ultimes (ELU)

La section d'acier est : $A_u \geq \frac{N_u}{\sigma_{s10}}$

$$\text{Avec : } \sigma_{s10} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } A_u \geq \frac{0,45 \times 10^6}{347,83 \times 10^2} = 12,94 \text{ cm}^2$$

□ Aux états limites de service (ELS)

La section d'acier est : $A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$

$$\text{Avec : } \bar{\sigma}_s = \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right] \text{ en (MPa)}$$

et $\eta = 1,6$ (pour acier HA)

$$\text{Donc : } \bar{\sigma}_s = \text{Min}[266,67 ; \text{Max}(200 ; 186,67)] = 200 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } A_{ser} \geq \frac{0,34 \times 10^6}{200 \times 10^2} = 17 \text{ cm}^2$$

□ Conditions de non-fragilité

$$A_{min} \geq \frac{B \cdot f_{t28}}{f_e} = \frac{25 \times 25 \times 1,8}{400} = 2,81 \text{ cm}^2$$

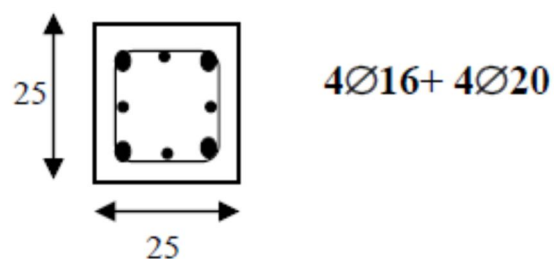
$$\text{La section : } A_s \geq \text{Max}[A_u ; A_{ser} ; A_{min}] = \text{Max}[12,94 ; 17 ; 2,81] \text{ cm}^2$$

$$\text{On prend : } A_s \geq 17 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4\emptyset 16 + 4\emptyset 20 = 20,61 \text{ cm}^2$$

Armatures transversales

$$\text{Fissuration préjudiciable} \Rightarrow \emptyset t \geq \text{Max} \{6 ; \emptyset \ell / 4\} = \text{Max} \{6 ; 5\} = 6 \text{ mm}$$

Espacement des armatures transversales : $St \leq a = 25 \text{ cm}$. On prend $St = 20 \text{ cm}$



4. 3.2 – Exercice 4.2

Soit un tirant d'une section carrée (35x35) cm², sollicité par un effort de traction $N_u = 0,6$ MN et $N_s = 0,4$ MN. La fissuration est préjudiciable (FP). Les matériaux sont de FeE500 et de $f_{c28} = 25$ MPa.

Calculer la section des armatures longitudinales en déterminant le nombre des barres ainsi que leur diamètre.

Déterminer le diamètre des armatures transversales ainsi que leur espacement.

Solution 4.2

L'acier utilisé est de nuance FeE500 \Rightarrow sa limite d'élasticité est $f_e = 500$ MPa

$$f_{c28} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,1 \text{ MPa}$$

Armatures longitudinales□ Aux états limites ultimes (ELU)

$$\text{La section d'acier est : } A_u \geq \frac{N_u}{\sigma_{S10}}$$

$$\text{avec } \sigma_{S10} = f_e / \gamma_s = 500 / 1,15 = 434,78 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } A_u \geq 0,6 \times 10^6 / 434,78 \times 10^2 = 13,80 \text{ cm}^2$$

□ Aux états limites de service (ELS)

$$\text{La section d'acier est : } A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_s}$$

$$\text{Avec : } \bar{\sigma}_s = \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max}(0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}}) \right] \text{ en (MPa)}$$

et $\eta = 1,6$ (pour acier HA)

$$\text{Donc : } \bar{\sigma}_s = \text{Min}[333,33 ; \text{Max}(250 ; 201,63)] = 250 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } A_{ser} \geq 0,4 \times 10^6 / 250 \times 10^2 = 16 \text{ cm}^2$$

□ Conditions de non-fragilité

$$A_{min} \geq \frac{B \cdot f_{t28}}{f_e} = \frac{35 \times 35 \times 2,1}{500} = 5,15 \text{ cm}^2$$

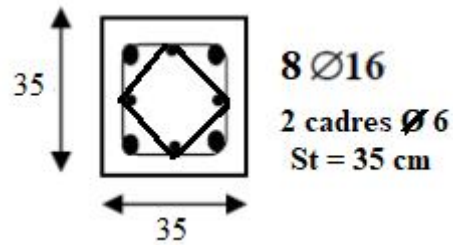
$$\text{La section : } A_s \geq \text{Max}[A_u ; A_{ser} ; A_{min}] = \text{Max}[13,80 ; 16 ; 5,15] \text{ cm}^2$$

On prend : $A_s \geq 16 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8\varnothing 16 = 16,08 \text{ cm}^2$

Armatures transversales

Fissuration préjudiciable $\Rightarrow \varnothing_t \geq \text{Max} \{6 ; \varnothing \ell / 4\} = \text{Max} \{6 ; 4\} = 6 \text{ mm}$

Espacement des armatures transversales : $St \leq a = 35 \text{ cm}$. On prend $St = 35 \text{ cm}$



CHAPITRE 5
ADHERENCE ET ANCRAGE

CHAPITRE 5

ADHERENCE ET ANCRAGE

5. 1 – Généralités

L'association d'acier en béton résulte principalement de l'adhérence entre matériaux. Le béton exerce sur l'acier et réciproquement une force de frottement sous l'effet d'un effort de traction ou de compression (Coefficient de frottement de l'acier sur le béton pris égal à 0,4). Par cumulation des forces dues à l'adhérence et au frottement, on a :

« Forces de liaison = Forces d'adhérence + Forces de frottement »

Les liaisons entre béton et armatures en acier concernent :

- ❑ Les ancrages rectilignes ou courbes (crochets)

exemple : extrémités des armatures tendues d'une poutre ;

- ❑ Les recouvrements de barres ou de treillis soudés

exemple : continuité des barres soumises à un effort de traction (poutres) ou de compression (poteau) ;

- ❑ L'entraînement des armatures des barres isolées ou en paquet qui concerne l'adhérence des barres en dehors de leurs zones d'ancrage (c'est-à-dire en dehors de leurs extrémités)

exemple : barres disposées en chapeaux sur une même nappe.

Les règles à respecter, toutes relatives à l'état-limite ultime (ELU), visent :

- ❑ Les extrémités des barres qui doivent être ancrées avec une sécurité suffisante (A.6.1,2 pour les barres et A.6.2,1 pour les treillis soudés des règles BAEL) ;
- ❑ Les armatures en partie courante soumises à des contraintes dites « d'entraînement », qui doivent être limitées pour ne pas endommager le béton entourant les armatures.

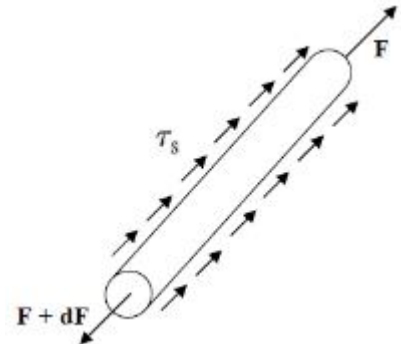
5. 2 – Contrainte d'adhérence

L'adhérence désigne l'action des forces de liaisons qui s'opposent au glissement des barres d'acier suivant l'axe par rapport au béton qui l'entoure. Ces forces de liaisons sont mesurées par la contrainte d'adhérence qui est définie comme étant le rapport entre la variation par unité de longueur « dx » de l'effort axial « F » équilibré par la barre d'acier et le périmètre « U » de cette barre.

$$\tau_s = \frac{dF}{dx} \cdot \frac{1}{U}$$

$\frac{dF}{dx}$: la variation de l'effort axial par unité de longueur

U : le périmètre de la barre

5. 3 – Contrainte d'adhérence ultime

La liaison entre une armature et le béton est mesurée donc par la contrainte d'adhérence « τ_s » qui est supposée constante sur la longueur de l'ancrage. La longueur d'ancrage est la longueur nécessaire pour équilibrer l'effort axial exercé sur la barre. Afin d'assurer un ancrage correct, c'est-à-dire empêcher le glissement de l'armature dans la gaine de béton qui l'entoure, il faut limiter la contrainte d'adhérence à sa valeur ultime :

$$\tau_{su} = 0,6 \cdot \Psi_s^2 \cdot f_{tj}$$

Où Ψ_s est le coefficient de scellement qui caractérise l'efficacité d'une barre du point de vue de l'adhérence.

$$\Psi_s = \begin{cases} 1 & : \text{ronds lisses} \\ 1,5 & : \text{barres à Haute Adhérence} \end{cases}$$

f_{tj} = résistance caractéristique à la traction du béton à j jours

On peut prendre pour les barres à haute adhérence (HA) :

f_{c28}	18	20	22	25	27	30	32	35	37	40
f_{t28}	1,68	1,80	1,92	2,10	2,22	2,40	2,52	2,70	2,82	3,00
τ_{su}	2,27	2,43	2,59	2,83	3,00	3,24	3,40	3,64	3,81	4,05

5. 4 – Ancrage d'une barre isolée droite

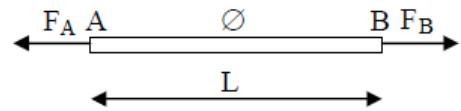
L'ancrage des barres, appelé « scellement », si la barre est trop courte, elle risque de s'arracher du béton sous l'effet de l'effort de traction. La barre d'acier doit être suffisamment longue pour être convenablement ancrée (scellée) et pour reprendre tous les efforts de traction.

5. 4.1 – Variation de l'effort axial le long d'une barre droite

Soit « F_A » et « F_B », les efforts dans deux sections d'une barre droite de diamètre « \emptyset » et distantes d'une longueur « L ».

La variation d'effort $F_A - F_B$, le long de la barre, sera transmise au béton qui équilibre cet effort par adhérence.

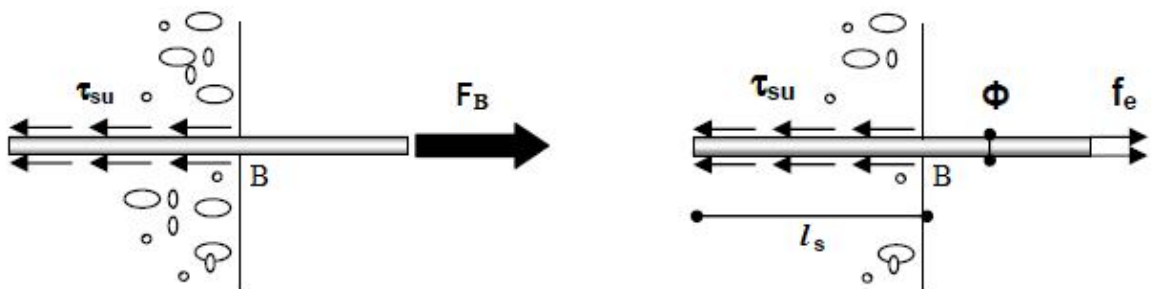
$$\tau_s = \frac{dF}{dx} \cdot \frac{1}{U} \Rightarrow dF = \tau_s \cdot U \cdot dx$$



$$\text{en intégrant } \int_{F_A}^{F_B} dF = \int_0^L \tau_s \cdot U \cdot dx \Rightarrow F_B - F_A = \tau_s \cdot U \cdot L = \tau_s \cdot \pi \cdot \emptyset \cdot L$$

5. 4.2 – Longueur de scellement droit

La longueur de scellement droit « l_s » est la longueur nécessaire sur laquelle une barre rectiligne de diamètre « \emptyset », placée dans du béton de résistance à la traction f_{tj} et soumise à un effort axial correspondant à une contrainte en traction égale à sa limite élastique ($\sigma_s = f_e$), soit convenablement ancrée (ancrage total) sous contrainte d'adhérence étant supposée constante et égale à « τ_{su} » sur cette longueur.



L'effort ultime pouvant être appliqué à la barre dans la section « B » est égale à :

$$F_B = F_A + \tau_{su} \cdot \pi \cdot \emptyset \cdot L \text{ et si « A » est l'extrémité de la barre } \Rightarrow F_A = 0$$

$$D'où : F_B = \tau_{su} \cdot \pi \cdot \emptyset \cdot l_s$$

F_B est la résultante des contraintes d'adhérence supposées maximum et constantes le long de la barre ancrée « l_s ».

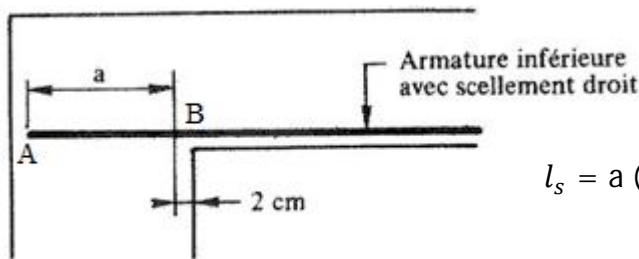
L'ancrage sera dit total si l'effort « F_B » sera l'effort ultime de la barre :

$$F_B = A_s \cdot f_e = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{4} \cdot f_e$$

(c'est-à-dire si la contrainte en B vaut « f_e ») on a un « ANCRAGE TOTAL ».

La longueur de scellement « l_s » sera déterminée, d'après l'équilibre de la barre au point B :

$$\tau_{su} \cdot \pi \cdot \Phi \cdot l_s = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{4} \cdot f_e \quad \text{d'où :} \quad l_s = \frac{\Phi}{4} \cdot \frac{f_e}{\tau_{su}}$$



$l_s = a$ (Avec « a » désigne la longueur d'appui)

On peut prendre pour les barres à haute adhérence (HA) :

f_{cj} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50	55	60	
$\frac{l_s}{\Phi}$ pour $\Psi_s = 1,5$	FeE400	41	35	31	27	25	22	21	19	18
	FeE500	51	44	39	34	31	28	26	24	22

Dans les éléments fléchis et à défauts de calculs plus précis, on adopte les valeurs suivantes pour les arrêts d'armatures longitudinales tendues ou comprimées :

- $l_s = 40 \Phi$ pour les barres à haute adhérence FeE400 de $\Psi_s \geq 1,5$;
- $l_s = 50 \Phi$ pour les barres à haute adhérence FeE500 de $\Psi_s \geq 1,5$ et pour les aciers ronds lisses FeE215 et FeE235.

Ces valeurs forfaitaires s'appliquent en pratique à des bétons de résistance faible ou moyenne ; lorsque f_{cj} avoisine 60 MPa, elles doivent être divisées par 2.

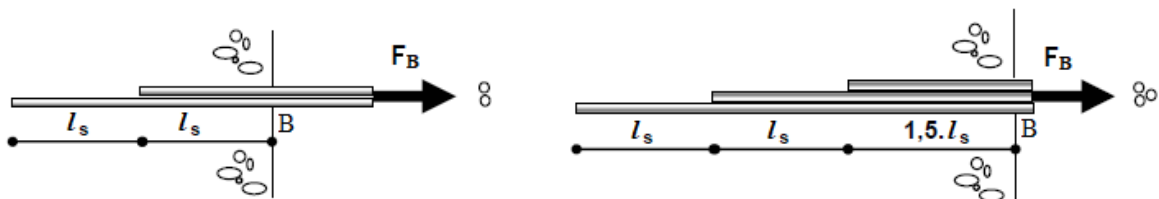
- Nota : Dans le cas où « A_s » de la section droite d'une barre est supérieure à la section strictement requise par le calcul « A_{cal} », la longueur d'ancrage « l_s » peut être réduite dans le rapport « A_{cal}/A_s » sans pouvoir être inférieure à la valeur « $l_s = 10 \Phi$ ».

5. 5 – Adhérence et ancrage d'un paquet de barres

L'adhérence d'une barre individuelle est supérieure à l'adhérence de deux barres groupées. L'adhérence de deux barres groupées dans le sens verticale est supérieure à l'adhérence de deux barres groupées horizontalement (voir figure).

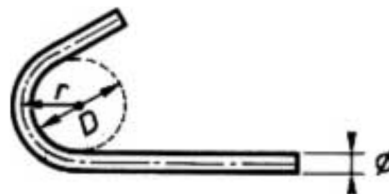


Une barre doit toujours être ancrée individuellement dans le béton (A.6.1,21 des règles BAEL). Dans le cas de paquet de 2 ou 3 barres, la disposition d'ancrages droit doit être comme suit :

5. 6 – Ancrage par courbure des barres tendues

L'ancrage par courbure n'est généralement prévu que dans les cas où l'encombrement d'un ancrage par scellement droit est excessif. Dans les calculs, un ancrage par courbure est défini par :

- ❑ Le rayon de courbure « r » (distance du centre de courbure à l'axe de la barre) et dont le diamètre « D » du mandrin de cintrage est défini par $D = 2r - \emptyset$ (voir figure) ;
- ❑ L'angle au centre « θ » de la partie courbe, supposé circulaire.



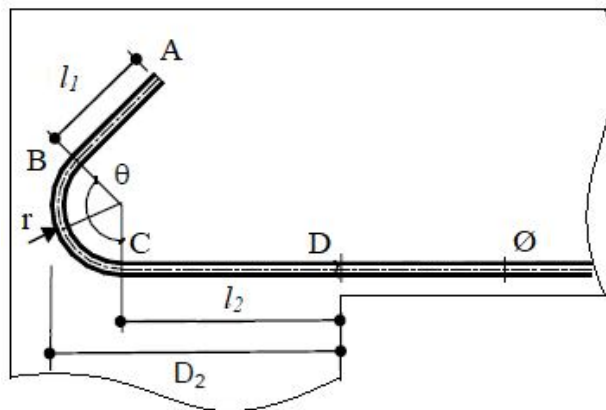
On considère donc, une barre de diamètre « \emptyset » comportant deux parties rectilignes « l_1 » et « l_2 » et une partie courbe en arc de cercle de rayon « r ». Ainsi, la longueur de scellement droit est donnée par la relation suivante :

$$l_s = \alpha \cdot l_1 + l_2 + \beta \cdot r$$

$$\text{Avec : } r \geq \begin{cases} 3\emptyset & \text{: ronds lisses} \\ 5,5\emptyset & \text{: barres à Haute Adhérence} \end{cases}$$

α et β sont des coefficients qui dépendent de coefficient de frottement acier – béton « $\varphi = 0,4$ » et l'angle au centre « θ ». La longueur droite AB est donnée en fonction du diamètre « \emptyset » :

θ	90°	120°	135°	180°
$\alpha = e^{0,4\theta}$	1,87	2,31	2,57	3,51
$\beta = \frac{e^{0,4\theta} - 1}{0,4}$	2,19	3,28	3,92	6,28
l_1	10. \emptyset	6. \emptyset	6. \emptyset	2. \emptyset



Le tableau suivant présente la longueur de scellement droit « l_s » de différents ancrages :

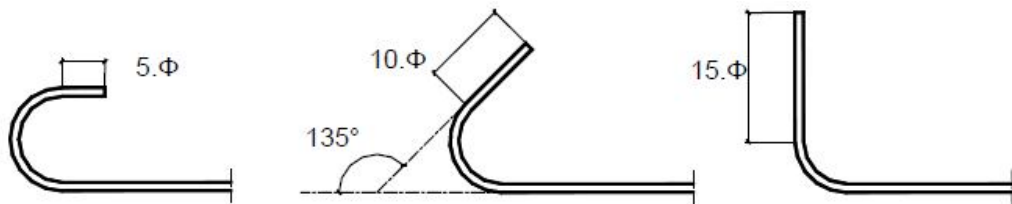
Types de crochets façonnés			
 $\theta = 90^\circ$	 $\theta = 120^\circ$	 $\theta = 180^\circ$	 $\theta = 135^\circ$
Longueur équivalente l_s de scellement droit			
Angle de 90° $l_s = 1,87 l_1 + l_2 + 2,19 r$ Crochet à retour d'équerre	Angle de 120° $l_s = 2,31 l_1 + l_2 + 3,28 r$ Très utilisé pour poutres	Angle de 180° $l_s = 3,51 l_1 + l_2 + 6,28 r$	Angle de 135° $l_s = 2,57 l_1 + l_2 + 3,92 r$

❑ **Nota** : L'ancrage par courbure des armatures comprimées est interdit, car il peut conduire aux « poussées au vide », susceptibles de faire éclater le béton entourant la barre.

5. 7 – Ancrage des cadres, étriers et épingles

D'après l'article A.6.1,255 des règles BAEL, les ancrages des extrémités des barres façonnées en cadres, étriers et épingles sont assurés par courbure suivant le rayon minimal, si les parties courbes sont prolongées par des parties rectilignes de longueur au moins égale à (voir figure) :

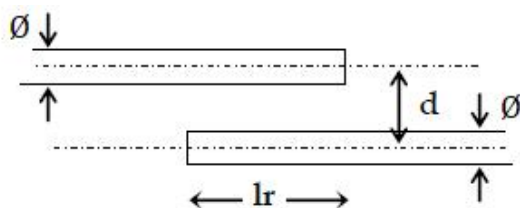
- Cinq diamètres à la suite d'un arc de cercle de 180° ;
- Dix diamètres à la suite d'un arc de cercle de 135° ;
- Quinze diamètres à la suite d'un arc de cercle de 90° .

5. 8 – Jonction des barres rectilignes

La longueur de livraison des barres ne permet pas toujours d'avoir des barres continues (longueur commerciale de la barre d'armature = 12 ml). Dans ce cas, on a recours à plusieurs barres que l'on dispose par jonction l'une de l'autre, afin d'assurer la continuité mécanique de ces barres, soit par recouvrement ou soit par d'autres procédés.

5. 8.1 – Jonction des barres tendues

La jonction de deux barres parallèles identiques est assurée par « recouvrement » si leurs extrémités se chevauchent sur une longueur supérieure ou égale à leur longueur d'ancrage augmentée par la distance « d » entre axes de ces barres, lorsque cette distance est supérieure à cinq fois leur diamètre.



$$\text{Si } d \leq 5 \emptyset \quad \Rightarrow \quad l_r \geq l_s$$

$$\text{Si } d > 5 \emptyset \quad \Rightarrow \quad l_r \geq l_s + d$$

5. 8.2 – Jonction des barres comprimées

Les jonctions de barres susceptibles d'être comprimées sont obligatoirement rectilignes. La longueur du recouvrement « l_r » peut être prise égale à « $0,6 l_s$ », à condition que les deux barres soient toujours comprimées, qu'elles sont isolées ou fassent partie d'un paquet de deux et que les entre axes « d » des barres en jonction soient au plus égaux à $5\emptyset$.

Les valeurs forfaitaires données en § 5.4.2 deviennent alors :

- $l_s = 24 \emptyset$ pour les barres à haute adhérence FeE400 de $\Psi_s \geq 1,5$;
- $l_s = 30 \emptyset$ pour les barres à haute adhérence FeE500 de $\Psi_s \geq 1,5$ et pour les aciers ronds lisses FeE215 et FeE235.

Les jonctions de barres comprimées, non susceptibles d'être tendues, peuvent se faire par aboutement des barres au contact, sous réserve que la préparation à donner aux faces des barres en contact et le dispositif employé pour maintenir les barres pendant le bétonnage aient donné lieu à des vérifications expérimentales probantes.

- Nota : une barre ne peut être considérée comme toujours comprimée si la pièce dont elle fait partie est soumise à des chocs importants (pieux battus ou zones sismiques, par exemple). Dans ces cas, la longueur d'ancrage ou de recouvrement est égale à « l_s »

5. 8.3 – Autres procédés de jonction des barres

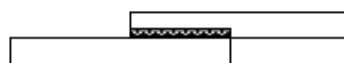
La jonction mécanique de deux barres peut être réalisée par d'autres procédés, notamment par des manchons ou par soudure (bout à bout ou par recouvrement), dans la mesure où des essais probants ont permis de vérifier la résistance du système utilisé.



Jonction par des manchons



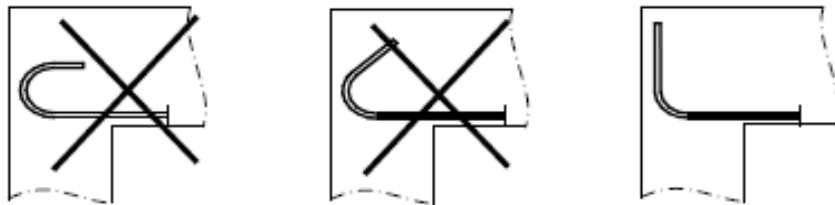
Soudure bout à bout



Soudure par recouvrement

5. 9 – Constructions en zone sismique

En zone sismique, l'emploi de coudes ou crochets dans les pièces comprimées ou les parties comprimées des pièces fléchies est interdit. Toutefois en cas de nécessité (liaison avec une semelle de fondation, voisinage d'une surface libre, etc.), les ancrages d'extrémité peuvent être assurés au moyen de coudes à 90° (art. 11.312 des règles PS92).

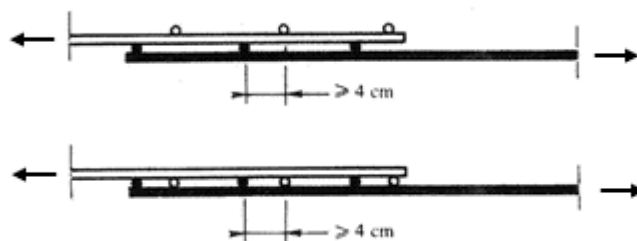


En zones critiques (le plus souvent sont des zones près des appuis), toutes les longueurs de recouvrement ou d'ancrage sont à majorer de 50%. Dans la part située hors zone critique la majoration sera de 30% (art. 11.313 des règles PS92).

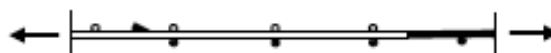
5. 10 – Treillis soudés

Les longueurs d'ancrage sont celles du tableau du § 5.4.2 ci-dessus. Pour les jonctions par recouvrement, on admet pour les TS en aciers HA (TSHA), les mêmes règles que pour les barres.

Pour les treillis soudés constitués de fils lisses (TSL), la jonction par recouvrement de deux fils rectilignes comporte sur chaque fil trois soudures s'il s'agit de fils porteurs et deux soudures s'il s'agit de fils de répartition. Lorsque les nappes en recouvrement sont dans des plans distincts, les soudures intéressées sur l'un et l'autre fils sont, dans chaque paire, écartées d'au moins quatre centimètres dans le sens opposé à celui où l'effort appliqué tend à les rapprocher (voir figure).

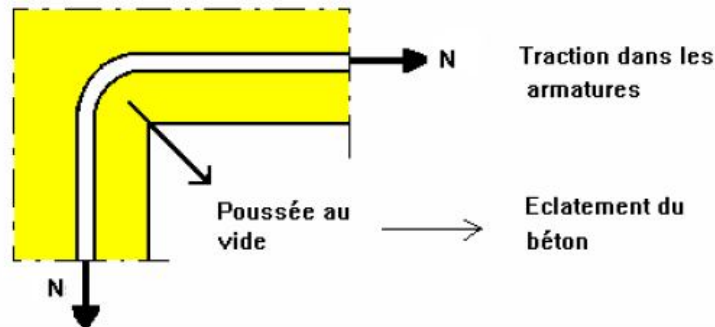


Dans le cas des nappes en recouvrement dans le même plan, les soudures intéressées sur l'un et l'autre fils se coïncident (voir figure).



5. 11 – Poussée au vide

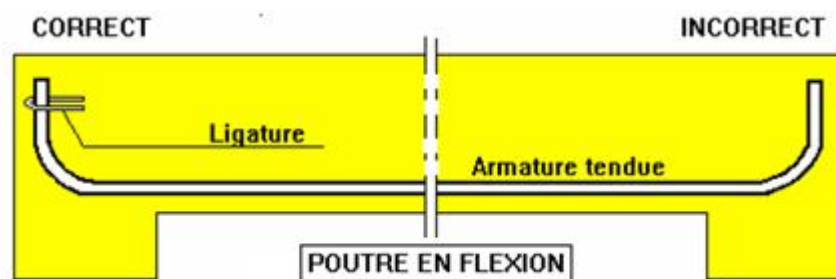
Toute armature courbe et tendue, exerce sur le béton une poussée dans le plan de courbure et du côté de la concavité. Si l'armature est comprimée, la poussée est exercée du côté de la convexité.



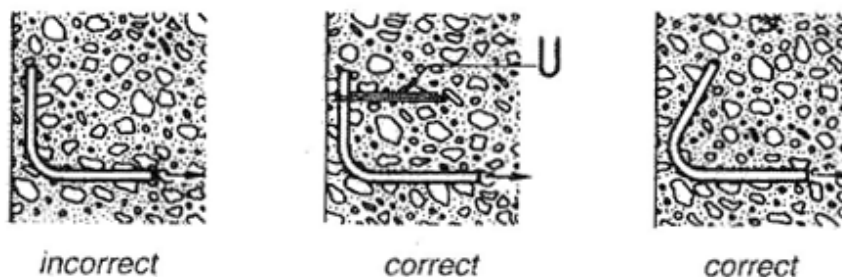
Si la poussée est orientée vers une face externe, il y a risque d'éclatement du parement. Il faut donc, pour éviter les poussées au vide, choisir un tracé judicieux des armatures. Par exemple, la poussée doit être, dans la courbure, orientée vers la masse du béton.

Lorsque, par contre, des raisons constructives nous obligent à prévoir des poussées orientées vers le parement, il faut alors inévitablement prévoir des ligatures ancrées dans la masse de l'élément (article A.7.4,2 du BAEL91).

□ Cas des ancrages avec retour d'équerre



Il convient soit de disposer une ligature ancrée dans la masse du béton, soit mieux, d'incliner le retour rectiligne de l'ancrage vers la masse du béton pour obtenir alors un crochet (article A.7.4,3 du BAEL91).



5. 12 – Exercices5. 12.1 – Exercice 5.1

Calculer la longueur de scellement droit d'une barre de diamètre 16 mm et de nuance FeE500, ancrée dans un béton de résistance $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$.

Solution 5.1

Pour une barre HA ancrée dans un béton de $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$, on a :

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{su} = 0,6 \cdot \Psi_S^2 \cdot f_{t28} = 2,83 \text{ MPa} ; \text{ avec } \Psi_S = 1,5 \text{ (pour HA)}$$

$$D'où : l_s = \frac{\emptyset \cdot f_e}{4 \cdot \tau_{su}} = \frac{\emptyset \cdot 500}{4 \cdot 2,83} = 44,17 \cdot \emptyset \approx 44\emptyset = 44 \times 16 = 704 \text{ mm}$$

□ Nota : on peut adopter généralement « $l_s = 50\emptyset$ » comme valeur forfaitaire pour les aciers à haute adhérence de nuance FeE500.

$$D'où : l_s = 50\emptyset = 50 \times 16 = 800 \text{ mm}$$

5. 12.2 – Exercice 5.2

Déterminez la longueur de scellement droit d'une barre de diamètre 16 mm et de nuance FeE400, ancrée dans un béton de résistance $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$.

Recalculer cette longueur pour un ancrage courbe de 180° .

Solution 5.2Ancrage rectiligne

Pour une barre HA ancrée dans un béton de $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$, on a :

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{su} = 0,6 \cdot \Psi_S^2 \cdot f_{t28} = 2,83 \text{ MPa} ; \text{ avec } \Psi_S = 1,5 \text{ (pour HA)}$$

$$D'où : l_s = \frac{\emptyset \cdot f_e}{4 \cdot \tau_{su}} = \frac{\emptyset \cdot 400}{4 \cdot 2,83} = 565,37 \text{ mm} \approx 566 \text{ mm}$$

Ancrage courbe

$$l_s = \alpha \cdot l_1 + l_2 + \beta \cdot r \Rightarrow l_2 = l_s - \alpha \cdot l_1 - \beta \cdot r$$

$$l_s = 566 \text{ mm} ; r = 5,5 \cdot \emptyset ; \emptyset = 16 \text{ mm} ; l_1 = 2 \cdot \emptyset$$

$$\Rightarrow l_2 = 566 - 3,51 \cdot (2 \times 16) - 6,28 \cdot (5,5 \times 16) = -98,96 \text{ mm}$$

$$l_2 < 0 \Rightarrow l_2 = 0$$

Longueur développée de l'ancrage (θ en rad) :

$$l_d = l_1 + r \cdot \theta + l_2 = 2 \times 16 + 5,5 \times 16 \times \pi + 0 = 308,46 \text{ mm} \approx 309 \text{ mm}$$

Longueur d'appui :

$$D_2 = l_2 + r + \phi/2 = 0 + 5,5 \times 16 + (16/2) = 96 \text{ mm}$$

REFERENCES

REFERENCES

1. Baraka, A., "TEC 185 : Béton armé I", Centre Universitaire de Béchar, (2005 – 2006).
2. Commission d'experts de l'UNESCO, "Code et manuel d'application pour le calcul et l'exécution du béton armé", Editions Dunod, Paris, (1968).
3. Davidovici, V., "Formulaire du béton armé – Volume 1 : Calculs", Editions Le Moniteur, Paris, (1995).
4. D.T.R. – B.C. 2-41, " Règles de conception et de calcul des structures en béton armé – C.B.A. 93", C.G.S, Alger, (1993).
5. Gagliardini, O., "Cours de béton armé ", IUP Génie Civil et Infrastructures, UJF-Grenoble I, (2004).
6. Hivin G., "Béton armé : Calcul de poutres en flexion simple à l'ELU", Université de Grenoble, [en ligne], (2018), Disponible sur : <http://public.iutenligne.net> > hivin > beton_arme, (consulté en 2018).
7. Lamirault, J. et Renaud, H., "Béton armé – Guide de calcul", Les Editions Foucher, Paris, (1993).
8. Mougin, J.-P., "Béton Armé – BAEL 91 modifié 99 et DTU associés", Editions Eyrolles, Paris, (2004).
9. Perchat, J., "Béton armé – Règles BAEL : Pièces soumises à des sollicitations normales", C 2 306, Techniques de l'Ingénieur.
10. Perchat, J., "Béton armé – Règles BAEL : Pièces soumises à des sollicitations tangentes, Sollicitations d'adhérence", C 2 308, Techniques de l'Ingénieur.
11. Perchat, J. et Roux, J., "Pratique du B.A.E.L. 91 – Cours avec exercices corrigés", Editions Eyrolles, 4ème édition, Paris, (2007).
12. Règles BAEL 91 modifiées 99, "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états-limites", Éditions Eyrolles, 3^{ème} édition, Paris, (2008).
13. "TEC 185 : Béton armé I", USTHB, Alger, (1986 – 1987).